

УДК 681.5.013

А.В. Борисевич, А.Н. Волков, Ю.В. Гичев,
В.А. Дьяченко, А.П. Петкова

РАЗРАБОТКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ СОГЛАСОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ СТАБИЛИЗАЦИИ СКОРОСТИ И НАТЯЖЕНИЯ В ПРОЦЕССЕ СМОТКИ АМОРФНОЙ ЛЕНТЫ

Аморфные металлические сплавы (АМС) получают быстрым охлаждением расплавов при скоростях остывания жидкого металла $10^4 - 10^6$ град/с и при условии, что сплав содержит достаточное количество элементов-аморфизаторов [1]. Наиболее эффективными способами промышленного производства аморфной ленты являются охлаждение струи жидкого металла на внешней (охлаждение на диске) либо внутренней (центробежное охлаждение) поверхностях вращающихся барабанов или прокатка расплава между холодными валками, изготовленными из материалов с высокой теплопроводностью [2].

По косвенным показателям производства аморфной ленты в США — весьма крупным объемам (132000 т/год) и сравнительно малой стоимости — есть основания полагать, что оно осуществляется на автоматизированном оборудовании непрерывной формовки ленты, включая, естественно, и автоматизированные установки смотки и формовки бобин с требуемой длиной ленты. Однако устройство таких установок — коммерческая тайна фирм-производителей, поэтому не отражено в открытой печати.

Моделированию и управлению механическими системами перематки ленты или нити на

высоких скоростях с низким натяжением посвящен ряд публикаций [3–5]. Предлагаемая статья посвящена моделированию и управлению перематкой аморфной ленты на основе нелинейной модели процесса, а также ее полной линеаризации по обратной связи и адаптивной идентификации параметров модели.

Вначале рассматривается сама нелинейная модель кинематики намотки аморфной ленты, далее приводится один из вариантов управления на основе упрощенной модели процесса, а последняя часть статьи посвящена адаптивному управлению с линеаризацией обратной связью.

Модель процесса намотки аморфной ленты

Конфигурация модели представлена на рис. 1. Лента сматывается с технологического барабана 1 и наматывается на барабан 2 намоточного устройства. Величины J_i , r_i и ω_i — это соответственно моменты инерции, радиусы и угловые скорости каждого барабана. Причем $r_2(t)$ и $J_2(t)$ изменяются со временем при намотке ленты на барабан 2. Радиус и момент инерции r_1 и J_1 для технологического барабана 1 не изменяется, поскольку расплав аморфного железа, затвердевая, тут же сматывается на барабан намоточного устройства 2.

Лента между барабанами моделируется в виде демпфера с коэффициентом демпфирования D и пружины с коэффициентом упругости K .

Обозначим: $T(t)$ — усилие натяжения ленты между барабанами, а V — линейная скорость движения ленты. Каждый барабан приводится во вращения асинхронным приводом с частотным управлением в режиме стабилизации момента. Уставки моментов для частотного регулятора обозначим $u = (u_1(t), u_2(t))$. Действие асинхронного электропривода можно в первом

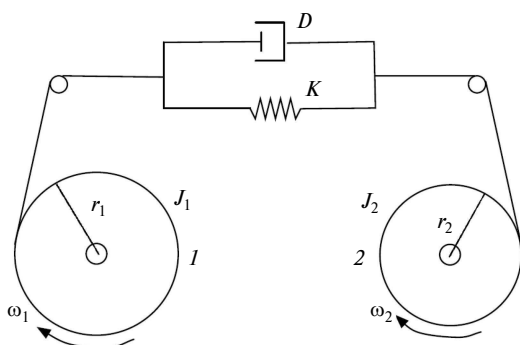


Рис. 1. Модель смотки ленты

приближении моделировать как систему первого порядка с постоянной времени τ_i .

Известно, что момент инерции барабана 2 намоточного устройства может быть вычислен следующим образом:

$$J_2(t) = J_0 + K_J(r_2^4(t) - r_0^4), \quad (1)$$

где J_0 — момент инерции барабана без ленты, r_0 — радиус барабана без ленты, $r_2(t)$ — радиус барабана с лентой в момент времени t , константа $K_J = \pi r w / 2$, в которой ρ — плотность ленты, w — ширина ленты.

Радиус $r_2(t)$ может быть найден как интеграл выражения

$$\dot{r}_2(t) = \frac{\delta \omega_2(t)}{2\pi}, \quad (2)$$

в котором $r_2(0) = r_0$ и δ — толщина ленты.

Комбинируя (1) и (2), можно получить следующее:

$$j_2(t) = \frac{2\delta K_J \omega_2(t) r_2^3(t)}{\pi}, \quad (3)$$

где $J_2(0) = J_0$.

Далее, следуя [4], можно записать закон Ньютона для моментов:

$$\begin{aligned} J_1 \dot{\omega}_1 &= M_1 - \beta_1 \omega_1 + T r_1; \\ J_2 \dot{\omega}_2 + J_2 \omega_2 &= M_2 - \beta_2 \omega_2 - T r_2, \end{aligned} \quad (4)$$

где M_i — моменты, развиваемые двигателями барабанов 1 и 2, β_i — коэффициенты вязкого трения; T — сила натяжения ленты.

Подставив (3) в (4) и выразив $\dot{\omega}_i$, можно записать

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_1 &= \frac{M_1 - \beta_1 \omega_1 + T r_1}{J_1}; \\ \dot{\omega}_2 &= \frac{M_2 - \beta_2 \omega_2 - T r_2 - 2\delta K_J r_2^3 \omega_2^2 / \pi}{J_2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Для моделирования упругого натяжения ленты необходимо знать длину Δl , на которую лента растягивается между барабанами 1 и 2:

$$\Delta l(t) = \int_0^t r_2(\tau) \omega_2(\tau) d\tau - r_1 \int_0^t \omega_1(\tau) d\tau. \quad (6)$$

Здесь интегралы — это длины намотанной и смотанной лент в момент t .

Управляемыми выходами системы являются натяжение ленты T и ее линейная скорость V , которые выражаются в виде

$$T = K \Delta l + D \dot{\Delta l} = K \Delta l + D(r_2 \omega_2 - r_1 \omega_1);$$

$$V = \frac{1}{2}(r_1 \omega_1 + r_2 \omega_2). \quad (7)$$

Уравнения (7), (5) и (2) составляют нелинейную модель объекта управления.

Управление на основе упрощенной модели

Будем считать, что технологический барабан 1 и барабан 2 намоточного устройства приводится в движение с помощью двух двигателей, питаемых от частотных преобразователей. Технологический барабан вращается с постоянной скоростью ω_1 . Управление барабаном 2 намоточного устройства осуществляется с поддержанием момента на валу M_2 и регулированием скорости ω_2 . Целью управления является намотка ленты на барабан 2 намоточного устройства без превышения предельной силы T_{ref} натяжения ленты. Ленту считаем неупругой и нерастяжимой.

Из простейших кинематических соотношений можно вывести

$$T = \frac{M_2}{r_2}; \quad \omega_2 = \omega_1 \frac{r_1}{r_2}. \quad (8)$$

Уравнения (8) задают достаточно важные принципы управления системой. Поскольку непосредственно текущий радиус r_2 барабана намоточного устройства измерять затруднительно, то избавимся от переменной r_2 , записав

$$T = \frac{M_2}{r_1} \frac{\omega_2}{\omega_1}. \quad (9)$$

Измерение скорости ω_2 барабана намоточного устройства позволяет определить из (8) необходимый крутящий момент M_2 на валу двигателя для поддержания натяжения T_{ref} :

$$M_{ref2} = T_{ref} r_1 \frac{\omega_1}{\omega_2}, \quad (10)$$

где $\hat{\omega}_2$ — результат измерения скорости вращения барабана 2 намоточного устройства.

Для задания полной динамической модели системы уравнения (8) должны быть дополнены уравнением динамики момента M_2 , обусловленной функционированием частотного преобразователя. Если аппроксимировать динамику частотного преобразователя звеном первого порядка с постоянной времени τ_M , то можно записать следующую модель:

$$\dot{M}_2 = \frac{u - M_2}{\tau_M}, \quad T = \frac{M_2}{r_2}, \quad (11)$$

где u — уставка момента.

Рассмотрим влияние статических ошибок поддержания скорости ω_1 и измерения ω_2 , приводящих к статической ошибке определения уставки M_{2ref} . Вычисляя полный дифференциал (12), можно записать погрешность уставки:

$$\Delta M_2^{ref} = T^{ref} \frac{r_1}{\omega_2} (\Delta\omega_1 + \frac{\omega_1}{\omega_2} \Delta\omega_2). \quad (12)$$

Из выражений (13) и (14) можно получить погрешность силы натяжения в виде

$$\Delta T = T_{ref} \frac{r_1}{r_2 \omega_2} (\Delta\omega_1 + \frac{\omega_1}{\omega_2} \Delta\omega_2) + \frac{\Delta M_2}{r_2}, \quad (13)$$

где ΔM_2 — статическая ошибка поддержания момента для частотного преобразователя, управляющего движением барабана 2 намоточного устройства.

Для моделирования динамики измерения скорости ω_2 можно ввести в рассмотрение систему первого порядка $\dot{\hat{\omega}}_2 = (\omega_2 - \hat{\omega}_2) / \tau_{\omega_2}$, связывающую результат измерения $\hat{\omega}_2$ с текущей скоростью ω_2 .

Модель системы с замкнутой обратной связью можно записать окончательно следующим образом:

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{r_1}{r_2}; \quad M_{2ref} = T_{ref} r_1 \frac{\omega_1 + \Delta\omega_1}{\hat{\omega}_2 + \Delta\omega_2}; \quad (14)$$

$$T = \frac{M_2 + \Delta M_2}{r_2}; \quad \dot{M}_2 = (M_{2ref} - M_2) / \tau_M;$$

$$\dot{\hat{\omega}}_2 = (\omega_2 - \hat{\omega}_2) / \tau_{\omega_2}; \quad \dot{r}_2 = \frac{\delta \omega_2}{2\pi}.$$

Здесь $\Delta\omega_1$ — ошибка регулирования скорости вращения технологического барабана 1; $\Delta\omega_2$ —

ошибка измерения скорости барабана 2 намоточного устройства; ΔM_2 — ошибка управления моментом вращения барабана намоточного устройства 2; δ — толщина аморфной ленты.

Модель (14) была реализована в среде MATLAB/Simulink. Параметры модели:

Радиус технологического барабана r_1 , м.....	0,175
Толщина аморфной ленты ε , м.....	$0,02 \cdot 10^{-3}$
Начальный радиус барабана намоточного устройства $r_2(0)$, м.....	0,175
Постоянная времени частотного преобразователя барабана намоточного устройства τ_T , с.....	0,1
Постоянная времени измерения скорости барабана намоточного устройства τ_{ω_2} , с.....	0,02
Скорость вращения технологического барабана ω_1 , рад/с.....	314
Уставка силы натяжения ленты F_{ref} , Н.....	2

Для того, чтобы оценить робастность предложенной схемы управления, было проведено моделирование с учетом возмущающих воздействий и эффектов квантования.

Выбраны следующие воздействия: $\Delta\omega_1 = 6\sin 10t$, $\Delta\omega_2 = 6\cos 10t$, что соответствует неустойчивости поддержания и измерения скорости вращения барабанов в пределах 2 % от номинальной. Измеренный сигнал $\hat{\omega}_2$ был подвергнут квантованию по уровням, соответствующим точности измерения скорости в 1 об/мин. Сигнал задания для момента M_2 был квантован по уровням 0,02 Нм, что соответствует 2 % от номинального момента двигателя мощностью 400 Вт.

Полученные в результате моделирования временные зависимости параметров модели показаны на рис. 2 и 3.

Результаты моделирования свидетельствуют, что даже с учетом ощутимых возмущений и реалистичной точности измерения алгоритм управления обладает достаточной робастностью и позволяет стабилизировать натяжение ленты с погрешностью не более 5 % от номинала.

Из этих результатов следует также, что сила натяжения ленты не превышает 2 Н (200 г), при этом скорость вращения барабана намоточного устройства за 5 секунд упала с 314 до 297 рад/с, а момент на валу возрос с 0,35 до 0,37 Нм. Механическая мощность для двигателя барабана

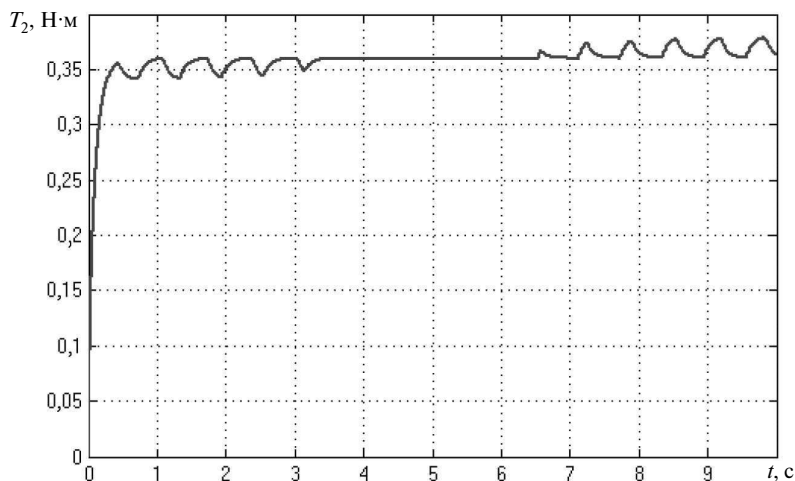


Рис. 2. Зависимость от времени момента вращения намоточного барабана $M_2(t)$, Нм

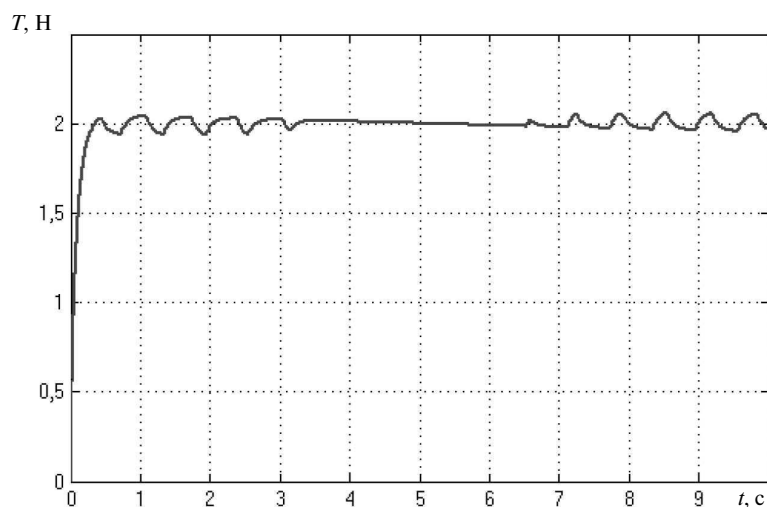


Рис. 3. Изменение силы натяжения ленты $T(t)$, Н

намоточного устройства оставалась постоянной и равной 110 Вт.

Управление на основе нелинейной модели

Нелинейную модель с уравнениями состояний (5), (2) и выходными переменными (7) можно привести к линейному виду с помощью специального преобразования координат. Для этого продифференцируем выражения (7) по времени:

$$\begin{aligned} \dot{T} &= K(r_2\omega_2 - r_1\omega_1) + D(\dot{\omega}_2r_2 - \dot{\omega}_1r_1 + \omega_2\dot{r}_2); \\ \dot{V} &= \frac{1}{2}(r_1\dot{\omega}_1 + \dot{r}_2\omega_2 + r_2\dot{\omega}_2). \end{aligned} \quad (15)$$

Раскрывая выражения для производных $\dot{\omega}_i$ и \dot{r}_2 , можно переписать (15) в виде

$$\begin{pmatrix} \dot{T} \\ \dot{V} \end{pmatrix} = B(T, r_2, \omega_1, \omega_2) + A(T, r_2, \omega_1, \omega_2) \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix};$$

$$A = \begin{pmatrix} \frac{-Dr_1}{J_1} & \frac{Dr_2}{J_2} \\ \frac{r_1}{2J_1} & \frac{r_2}{2J_2} \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} K(\omega_2 r_2 - \omega_1 r_1) + D \left[C_1 + \delta \frac{\omega_2^2}{2\pi} \right] \\ \delta \omega_2^2 4\pi + C_2 \end{pmatrix}, \quad (16)$$

где обозначено

$$C_1 = -\frac{r_1}{J_1} T r_1 - \omega_1 \beta_1 - \frac{r_2}{J_2} \left(T r_2 + \beta_2 \omega_2 + 2K_j \delta r_2^3 \omega_2^2 / \pi + \delta \frac{\omega_2^2}{2\pi} \right);$$

$$C_2 = \frac{r_1}{2J_1} (T r_1 - \omega_1 \beta_1) - \frac{r_2}{2J_2} \left(T r_2 + \beta_2 \omega_2 + 2K_j \delta r_2^3 \omega_2^2 / \pi \right).$$

Отсюда линеаризующая обратная связь для модели (16) задается следующим образом:

$$\begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -Dr_1 & Dr_2 \\ J_1 & J_2 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} r_1 & r_2 \\ 2J_1 & 2J_2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} - B(T, r_2, \omega_1, \omega_2). \quad (17)$$

Обратная связь (17) преобразует нелинейную систему в линейную вида $\begin{pmatrix} \dot{T} \\ \dot{V} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ со входами v_1, v_2 , для которой задача управления может быть решена применением двух ПИД-регуляторов.

Рассмотрим адаптивную стратегию для идентификации параметра K , определяющего упругость ленты. Поскольку K входит в выражение (15) для M в линейном виде и при этом второй выход V не зависит от K , то задача адаптации параметра K становится одномерной и $\frac{\partial B}{\partial K} = \omega_2 r_2 - \omega_1 r_1$. Отсюда можно записать схему адаптации оценки параметра \hat{K} в таком виде:

$$\dot{\hat{K}} = k_0 \frac{T - T_{ref}}{\omega_2 r_2 - \omega_1 r_1}. \quad (18)$$

Нелинейная модель процесса намотки аморфной ленты была реализована в среде MATLAB/Simulink. В качестве параметров модели использованы следующие значения: $J_1 = 10$; $J_0 = 0,184$; $r_0 = 0,175$; $\beta_1 = 0,1$; $\beta_2 = 0,1$; $\delta = 0,2 \cdot 10^{-3}$; $K_j = 1,8 \cdot 10^3$; $K = 10^4$; $D = 1$; $r_1 = 0,175$. Для уставок выбрано $V = 30$ м/с, $T = 2$ Н. Результаты моделирования приведены на рис. 4.

Для адаптации приняты начальное значение неизвестного параметра $\hat{K}(0) = 0$ и коэффициент $k = k_0 = 5$. Коэффициент K учитывает растяжение ленты при приложении силы T . Динамика изменения параметра \hat{K} показана на рис. 5.

Из данных моделирования следует, что оба регулируемых параметра достигают своих значений за 2 с, а оценка коэффициента жесткости ленты достигает своего номинального значения $K = 10000$.

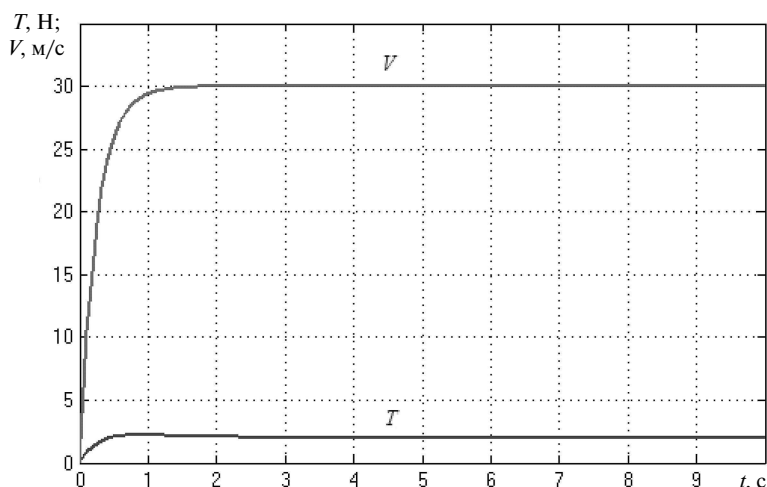


Рис. 4. Динамика управляемых выходов $T(t)$ и $V(t)$

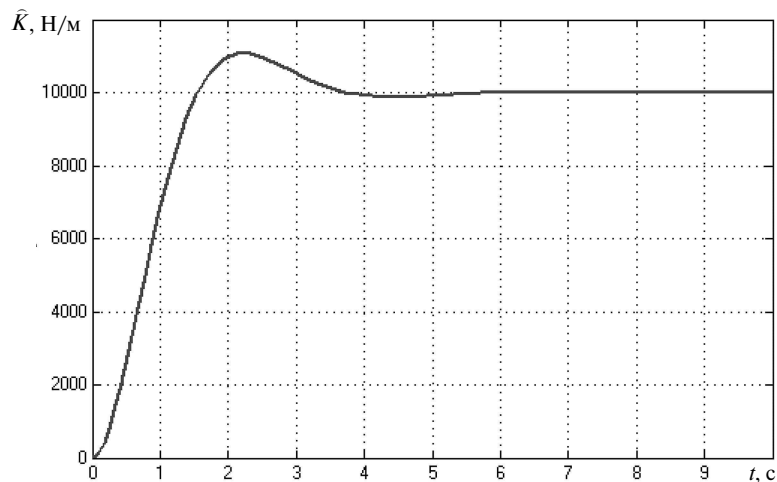


Рис. 5. Динамика адаптации параметра $\hat{K}(t)$

В работе рассмотрен процесс смотки с технологического барабана литейного комплекса аморфной ленты. Представлена нелинейная модель, учитывающая упругие свойства металлической ленты. Предложены два решения задачи управления с целью обеспечения заданной линейной скорости и допустимого уровня натяжения ленты.

Первое решение базируется на упрощенном допущении, что лента обладает абсолютной жесткостью. Также считается, что технологический барабан вращается с постоянной скоростью. Задача состоит в синхронной подстройке скорости и момента вращения барабана намоточного устройства к технологическому барабану литейного комплекса. Показано, что нели-

нейная обратная связь позволяет решить задачу синхронизации и предложенное решение обладает достаточной робастностью к внешним возмущениям.

Второе решение базируется на адаптивной линеаризации по обратной связи. С помощью нелинейного преобразования координат система с выходами поступательной скорости и силы натяжения ленты приводится к линейной управляемой форме. Для адаптации параметра жесткости использована еще одна линеаризующая обратная связь.

С практической точки зрения при проведении дальнейших исследований интерес представляет сравнение двух подходов и уточнение модели процесса намотки ленты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нанотехнологии и специальные материалы [Текст] : учеб. пособие / Ю. П. Солнцев [и др.]. — СПб.: Химиздат, 2009. — 335 с.
2. Волков А.Н. Проблемы разработки и исследования вариантов конструкции автоматизированного оборудования для высокоскоростной намотки аморфной ленты [Текст] / А.Н. Волков, Ю.В. Гичев, В.А. Дьяченко, А.П. Петкова // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Сер.: Наука и образование. — 2011. №3(130) — С. 132–138.
3. Baumgart, M. Robust control of nonlinear web-winding systems with and without tension sensors [Текст] / M. Baumgart, L. Pao // ASME J. Dynamic Systems, Measurement and Control.— 2007. Vol. 129, № 1.— P. 41–55.
4. Кос, Н. Modeling and robust control of winding systems for elastic webs [Текст] / Н. Кос, D. Knittel, M. Mathelin, G. Abba // IEEE Trans. Control Systems Technology.— 2002. Vol. 10, № 2.— P. 197–208.
5. Lu, Y.. Advanced Control for Tape Transport [Текст]: Y. Lu.— Ph. D. Thesis, Carnegie Mellon University, 2002.