УДК 658.3

А.Г. Буймов

ВЕРОЯТНОСТНАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ЗАКОНОВ ОСВОЕНИЯ И СОХРАНЕНИЯ НАВЫКОВ В ПРОГРАММАХ РЕПЕТИЦИОННОГО ТИПА

Первые закономерности, связанные с описанием процессов запоминания и забывания информации, были обнаружены в экспериментах немецкого психолога Германа Эббингауза в 1885 году [1].

В дальнейшем его идеи стали базой для развития методов освоения новой информации и контроля остаточных знаний [2], оценки влияния квалификации персонала на рост производительности труда [3], улучшения планов и повышения эффективности рекламных кампаний [4].

Для выполнения расчетов, связанных с проектированием, оценкой и прогнозированием процессов развития навыков обучающихся людей или исполнителей, экспериментальные данные должны быть сглажены аналитическими зависимостями [5].

В большинстве случаев зависимости не выводятся, а предполагаются. В результате этого информации, которая в них заложена, хватает только на их количественное согласование с экспериментальными данными, но не достаточно для объяснения наблюдаемых эффектов.

При таком подходе несколько кривых с принципиально различными свойствами, но согласованных с экспериментом по методу наименьших квадратов, могут быть признаны годными. Известны примеры, когда две разных кривых выдерживают стандартную проверку на адекватность, при этом одна соответствует предположению, что остаточный след от «записанной» в памяти информация может храниться вечно, а другая отвечает гипотезе о возможности его полного разрушения [6].

Ниже выводятся две вероятностных модели подобных зависимостей. Одна из них позволяет учесть эффект ретроактивной интерференции и лучше понять механизм его влияния на сохранность остаточной информации или навыков. Другая — помогает оценить роль повторений и мотивации к обучению в программах репетиционного типа.

Исходные формулы

Для определенности представим, что речь идет о развитии навыков принятия решений некоторым исполнителем. При этом отметим, что в зависимости от контекста под исполнителем можно подразумевать и некоторую бригаду, и отдельного работника, и учащегося, а под принятием решений — осуществление выбора, например выбора плана действий, репертуара поведения, варианта ответа на поставленный вопрос.

Пусть в этом случае имеется множество N возможных вариантов решений, из которых некоторый учитель (наставник, менеджер, инструктор) выбирает решения r с вероятностями π_s, а необученный исполнитель (ученик) — решения s с вероятностями ϑ_s; $r, s = \overline{1, N}$. В дальнейшем распределение π_r будем рассматривать как вероятностную характеристику рекомендуемого поведения, которому учитель обучает ученика, а ϑ_s — как характеристику его начального, необученного поведения.

При совместном рассмотрении пар будем считать, что в случае успешного обучения исполнителя решения r и s начинают совпадать. Эту ситуацию обозначим H_0. В альтернативном случае, который обозначим H_1, решения r и s будем считать независимыми.

В этих предположениях условные двумерные распределения вероятностей $P(r, s | H_i)$ рассматриваемых пар (r, s) можно с применением символа Кронекера δ_{rs} записать в виде следующих выражений:

$$P(r, s | H_0) = \pi_r \delta_{rs} = \begin{cases} \pi_r, \text{ если } s = r; \\ 0, \text{ если } s \neq r; \end{cases} \quad (1)$$

$$P(r, s | H_1) = \pi_r \vartheta_s. \quad (2)$$

Чтобы отобразить неопределенность возникновения ситуаций H_0, H_1, введем вероятности

$$P(H_0)=\rho;$$

$$P(H_1)=1-\rho. \qquad (3)$$

Безусловное двумерное распределение $P(r, s)$, вычисляемое по формуле полной вероятности $P(r,s)=\sum_{i=0}^{1}P(r,s|H_i)P(H_i)$, с учетом введенных обозначений и выражений (1)–(3) может быть представлено формулой

$$P(r,s)=\pi_r\left(\delta_{rs}\rho+\vartheta_s(1-\rho)\right). \qquad (4)$$

Суммирование распределения (4) по всем возможным значениям r позволяет получить выражение для одномерного распределения $P(s)$ и представить его в виде

$$P(s)=\pi_s\rho+\vartheta_s(1-\rho). \qquad (5)$$

Распределение (5) характеризует новое, «обученное» поведение исполнителя, принимающего решения s с учетом полученных от учителя указаний. При успешном усвоении указаний, т. е. при $\rho=1$, новое поведение $P(s)$ совпадает с рекомендуемым поведением: $P(s)=\pi_s$. В случае плохого усвоения, т. е. при $\rho=0$, поведение исполнителя остается необученным и имеет место равенство $P(s)=\vartheta_s$.

Завершая обсуждение распределения (4), заметим, что вероятность ρ, входящая в это распределение как параметр, численно совпадает с коэффициентом корреляции между случайными величинами r и s. В этом можно легко убедиться, вычисляя соответствующие моменты данного распределения.

**Фактор времени
и учет последовательных циклов обучения**

Если циклы обучения и применения разнесены во времени, то это можно отразить представлением формулы (5) в виде

$$P(s;t_1,t)=\pi_s(t_1)\rho_1(t_1,t)+\vartheta_s(t)\left(1-\rho_1(t_1,t)\right), \qquad (6)$$

где вероятность $\rho_1(t_1,t)$ характеризует степень усвоения указаний учителя $\pi_s(t_1)$, полученных в момент времени t_1, и их сохранения до момента применения $t>t_1$, а распределение $P(s;t_1,t)$ является вероятностной характеристикой поведения исполнителя, наблюдаемого в точке t.

Из (6) видно, что в случае успешного усвоения и сохранения приобретенного опыта, т. е. при $\rho_1(t_1,t)=1$, обученное поведение $P(s;t_1,t)$ в точке $t>t_1$ совпадает с рекомендуемым поведением $\pi_s(t_1)$. В случае неусвоения или несохранения опыта, т. е. при $\rho_1(t_1,t)=0$, поведение остается необученным: $P(s;t_1,t)=\vartheta_s(t)$.

Усложним задачу и представим, что циклы обучения повторяются. Тогда по аналогии с (6) результат двух последовательных циклов обучения, совершенных в моменты времени t_1 и t_2, можно записать в виде формулы

$$P(s;t_1,t_2,t)=$$

$$=\pi_s(t_2)\rho_2(t_2,t)+P(s;t_1,t)\left(1-\rho_2(t_2,t)\right), \qquad (7)$$

которая от (6) отличается тем, что здесь характеристика необученного поведения $\vartheta_s(t)$ заменена на результат первого цикла обучения $P(s;t_1,t)$, наблюдаемый в точке $t>t_2>t_1$.

С учетом выражения (6) формула (7) может быть переписана в виде

$$P(s;t_1,t_2,t)=$$

$$=\pi_s(t_2)\rho_2(t_2,t)+P(s;t_1,t)\left(1-\rho_2(t_2,t)\right)+$$

$$+\vartheta_s(t)\left(1-\rho_1(t_1,t)\right)\left(1-\rho_2(t_2,t)\right).$$

Для трех циклов по той же логике можно получить

$$P(s;t_1,t_2,t_3,t)=$$

$$=\pi_s(t_3)\rho_3(t_3,t)+\pi_s(t_2)\rho_2(t_2,t)\left(1-\rho_3(t_3,t)\right)+$$

$$=\pi_s(t_1)\rho_1(t_1,t)\left(1-\rho_2(t_2,t)\right)\left(1-\rho_3(t_3,t)\right)+$$

$$+\vartheta_s(t)\left(1-\rho_1(t_1,t)\right)\left(1-\rho_2(t_2,t)\right)\left(1-\rho_3(t_3,t)\right),$$

и далее по индукции для любого числа $k>1$ последовательных циклов обучения при выполнении условий $t>t_k>\dots t_1$ можно вывести общую формулу

$$P(s;t_1\dots t_k,t)=$$

$$=\pi_s(t_k)\rho_k(t_k\ t)+\vartheta_s(t)\prod_{l=1}^{k}\left(1-\rho_l(t_l,t)\right),$$

$$k>1. \qquad (8)$$

Полученная формула представляет собой итоговый результат освоения исполнителем некоторой образовательной программы

$$\left\{\pi_s(t_i), i=\overline{1,k}\right\}.$$

Функции забывания. Эффект интерференции

Обратим внимание на то, что каждое слагаемое в формуле (8), содержащее характеристику $\pi_s(t_i)$ указаний учителя, предъявляемых обучаемому исполнителю в i-м цикле обучения (i = 1, 2, ..., k), можно рассматривать как вклад этого цикла в формирование обученного поведения исполнителя $P(s;t_1,...,t_k,t)$, наблюдаемого в момент времени t.

Введем функции

$$R_i(t_i,t)=\begin{cases}\rho_k(t_k,t) \text{ для } i=k;\\ \rho_k(t_k,t)\prod\limits_{j=i+1}^{k}\left(1-\rho_j(t_j,t)\right) \text{ для } i<k\end{cases} \quad (9)$$

и с их помощью преобразуем (8) к виду

$$P(s;t_1\ldots t_k,t)=$$
$$=\sum_{i=1}^{k}\pi_s(t_i)R_i(t_i,t)+\vartheta_s(t)\prod_{l=1}^{k}\left(1-\rho_l(t_l,t)\right). \quad (10)$$

Полученное выражение (10) позволяет интерпретировать функции $R(t_i,t)$ как «функции забывания» результатов соответствующих циклов обучения [6].

Согласно формулам (9) результаты последнего цикла обучения забываются по закону $R_k(t_k\ t)=\rho_k(t_k\ t)$, а результаты предшествующих циклов — по закону

$$R_i(t_i,t)=\rho_i(t_i,t)\prod_{j=i+1}^{k}\left(1-\rho_j(t_j,t)\right),\ i<k.$$

Здесь равенство $R_i(t_i,t)=\rho_i(t_i,t)$ возможно только при одновременном выполнении условий $\rho_j(t_j,t)=0$ для всех $j\in\{i+1,...,k\}$. В остальных случаях будем иметь $R_i(t_i,t)<\rho_i(t_i,t)$.

Из полученных соотношений можно сделать вывод, что последующие циклы обучения приводят к снижению вклада предшествующих циклов в итоговый результат. Психологи сказали бы, что формулы (9) отражают эффект ретроактивной интерференции, при которой старая информация смешивается с новыми данными и быстрее стирается из памяти [7].

Рассмотрим с этих позиций формулу (9) более подробно. При интерпретации вероятностей $\rho_i(t_i,t)$ как функций забывания для удобства условимся называть их, в отличие от общего случая $R_i(t_i,t)$, «частными функциями забывания». Считается доказанным, что частные функции забывания $\rho_i(t_i,t)$ с увеличением интервала $t=t_i$ монотонно убывают либо до нуля, либо до некоторой ненулевой постоянной асимптоты $\rho_i(t_i,\infty)>0$ [5, 6]. Что касается наибольшего значения этой функции, которое она принимает в точке $t=t_i$, то оно не обязательно должно быть равно единице. Естественно считать, что в общем случае $\rho_i(t_i,t)\le 1$. По смыслу вероятность $\rho_i(t_i,t)$ может рассматриваться как характеристика степени начального усвоения исполнителем информации $\pi_s(t_i)$, предъявленной ему в момент времени t_i. Снижение этой вероятности может быть обусловлено целым рядом мешающих факторов: состоянием рабочей обстановки, недостаточным уровнем мотивации, влиянием старых привычек и ранее накопленной информации. С учетом этих соображений функция $\left(1-\rho_i(t_i,t)\right)$ с увеличением разности $t=t_i$ должна монотонно возрастать от некоторого наименьшего значения $\left(1-\rho_i(t_i,t)\right)\ge 0$ до значения $\left(1-\rho_i(t_i,\infty)\right)\le 1$.

Согласно формуле (9) забывание информации $\pi_s(t_i)$ на промежутке времени (t_i,t_{i+1}) происходит по закону $\rho_i(t_i,t)$, а с момента поступления новой информации $\pi_s(t_{i+1})$ — по закону $\rho_i(t_i,t)\left(1-\rho_{i+1}(t_{i+1},t)\right)$. Это означает, что в момент времени t_{i+1} в монотонно убывающей функции $R_i(t_i,t)$ появится «провал» с тенденцией последующего постепенного возвращения к $\rho_i(t_i,t)$.

В нашей интерпретации эта особенность реакции функции $R_i(t_i,t)$ на воздействие $\pi_s(t_{i+1})$

и есть проявление эффекта ретроактивной интерференции. Если информация $\pi_s(t_i)$ является важной, а $\pi_s(t_{i+1})$ воспринимается как помеха, то для нейтрализации обсуждаемого эффекта наложения может потребоваться повторное изучение информации $\pi_s(t_i)$.

Функции забывания. Эффект повторений

Далее рассмотрим ситуацию с применением программы репетиционного типа. Имеется в виду такая программа обучения, в которой на каждом занятии отрабатываются одни и те же навыки или закрепляется одна и та же информация. Отметим эту ситуацию условием $\pi_s(t_i)=\pi_s(t_1)$ для всех $i=\overline{1,k}$. Формула (10) при этом принимает вид

$$P(s;t_1\dots t_k,t)=$$
$$=\pi_s(t_1)\sum_{i=1}^{k}R_i(t_i,t)+\vartheta_s(t)\prod_{l=1}^{k}\left(1-\rho_l(t_l,t)\right),$$

где сумма $\sum_{i=1}^{k}R_i(t_i,t)$ определяет вероятность сохранения информации $\pi_s(t_1)$ до момента времени t после завершения репетиционной программы. Введем для указанной вероятности обозначение $\bar{R}_k(t_1,\dots,t_k,t)=\sum_{i=1}^{k}R_i(t_i,t)$ и, подставляя в сумму $\sum_{i=1}^{k}R_i(t_i,t)$ соответствующие выражения (9) для слагаемых $R_i(t_i,t)$, получим

$$\bar{R}_k(t_1,\dots,t_k,t)=1-\prod_{i=1}^{k}\left(1-\rho_i(t_i,t)\right). \qquad (11)$$

Отсюда следует, что общая характеристика обученного поведения исполнителя в случае применения программы репетиционного типа может быть представлена формулой

$$P(s;t_1,\dots,t_k,t)=\pi_s(t_1)\left(1-\prod_{i=1}^{k}\left(1-\rho_i(t_i,t)\right)\right)+$$
$$+\vartheta_s(t)\left(\prod_{i=1}^{k}\left(1-\rho_i(t_i,t)\right)\right). \qquad (12)$$

Из формул (11) и (12) видно, что повторение циклов обучения в репетиционной программе приводит к следующим результатам:

при *ненулевых* вероятностях $\rho_i(t_i,t)$, т. е. при $\rho_i(t_i,t)>0$, произведение $\prod_{i=1}^{k}\left(1-\rho_i(t_i,t)\right)$ с увеличением k монотонно убывает, и характеристики обученного поведения $P(s;t_1,\dots,t_k,t)$ сходятся к характеристикам рекомендуемого поведения. Математически это отражается формулой

$$\lim_{k\to\infty}P(s;t_1,\dots,t_k,t)=\pi_s(t_1);$$

при *нулевых* вероятностях $\rho_i(t_i,t)$ во всех циклах обучения, т. е. при $\rho_i(t_i,t)=0,\ i=\overline{1,k}$, для любых k получаем

$$P(s;t_1,\dots,t_k,t)=\vartheta_s(t).$$

Это означает, что если полученная в процессе обучения информация не усваивается или не сохраняется, то при любом числе повторений поведение исполнителя к моменту времени t остается необученным.

После завершения репетиционной программы процесс забывания рекомендуемого поведения $\pi_s(t_1)$ соответствует формуле (11). Анализируя эту формулу вместе с формулой (8), можно сделать вывод, что для успешного прохождения образовательной программы $\{\pi_s(t_i), i=\overline{1,k}\}$ важно обеспечивать высокие вероятности $\rho_i(t_i,t)$ начального освоения ее элементов $\pi_s(t_1)$ и включение в нее репетиционных циклов с необходимым числом повторений изученного материала. Кроме того, как уже отмечалось при анализе формул (9), важно позаботиться об устранении помех, приводящих к проявлению эффекта ретроактивной интерференции.

Для выполнения количественных расчетов надо знать характеристики сложности заданий $\pi_s(t_1)$ и индивидуальные реакции исполнителей $\rho_i(t_i,t)$ на эти задания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1.Contributions to memory [Электрон. ресурс] // Wikipedia, the free encyclopedia.— Режим доступа: http://en.wikipedia.org/wiki/Hermann_Ebbinghaus (дата обращения 12.02.2012).

2. **Чмыхова, Е.В.** О методологических проблемах использования результатов тестирования знаний студентов как показателя качества образования [Текст], [Электрон. ресурс] / Е.В. Чмыхова, А.Т. Терехин // Труды СГА.— 2007.— Режим доступа: http://ecology.genebee.msu.ru/3_SOTR/CV_Terekhin_publ/2007_Test_TrudySGA.doc (дата обращения 14.02.2012).

3. Experience curve effects [Электрон. ресурс] // Wikipedia, the free encyclopedia.— Режим доступа: http://en.wikipedia.org/wiki/Experience_curve_effects (дата обращения 14.02.2012).

4. **Мозер, К.** Повторение рекламы и ее эффективность [Электрон. ресурс] / К. Мозер / Энциклопедия маркетинга /2008/05/04/.— Режим доступа: http://www.marketing.spb.ru/lib-around/socio/adv_repetition.htm (дата обращения 15.02.2012).

5. **Robertson, G.S.** A Brief History of the Mathematical Definition of Forgetting Curves [Электрон. ресурс] /G.S. Robertson / Grant Sheridan Robertson's personal blog.— Friday, June 26, 2009.— Режим доступа: http://www.ideationizing.com/2009/06/brief-history-of-mathematical.html (дата обращения 16.02.2012).

6. **Wixted, J.T.** On Common Ground: Jost's (1897) Law of Forgetting and Ribot's (1881) Law of Retrograde Amnesia [Текст], [Электрон. ресурс] / J.T. Wixted // Psychological Review.— 2004.— Vol. 111.— No. 4.— P. 864–879.— Режим доступа: http://wixtedlab.ucsd.edu/publications/wixted/Jost_Law.pdf (дата обращения 16.02.2012).

7. Большая психологическая энциклопедия [Электрон. ресурс] // Словари и энциклопедии на Академике.— Режим доступа: http://psychology.academic.ru/ (дата обращения 16.02.2012).