



УДК 620.10

*Ю.С. Воробьев, Л.Б. Гецов,  
Б.Е. Мельников, А.С. Семенов*

## **ПРОБЛЕМЫ ВИБРАЦИОННОГО СОСТОЯНИЯ ФУНДАМЕНТОВ, СЕЙСМОСТОЙКОСТИ И ПРОЧНОСТИ ТУРБОМАШИН**

### **Часть 1**

*Yu.S. Vorobiov, L.B. Getsov,  
B.E. Melnikov, A.S. Semenov*

## **VIBRATION PROBLEMS OF FOUNDATIONS, SEISMIC RESISTANCE AND STRENGTH OF TURBOMACHINERY**

### **Part 1**

Рассматривается ряд актуальных проблем современного энергомашиностроения, связанных с колебаниями единой системы «турбоагрегат — фундамент — основание» при нестационарных динамических воздействиях, возникающих в случае ударных сотрясений из-за сейсмических воздействий на объекты энергетического машиностроения при эксплуатации.

ФУНДАМЕНТ. КОЛЕБАНИЯ. КОРПУС ТУРБИНЫ. ЛОПАТКА. МОНОКРИСТАЛЛИЧЕСКИЙ СПЛАВ. КРИТЕРИЙ РАЗРУШЕНИЯ.

The article considers a number of urgent problems of modern power-plant-related fluctuations in the single turbine system — the foundation — foundation, a non-stationary dynamic effects that occur at shock jolt in the case of seismic processes of power engineering facilities in operation.

THE FOUNDATION OF THE UNIT. VIBRATION. TURBINE BLADE. SINGLE CRYSTAL ALLOY. FRACTURE CRITERION.

Стремление обеспечивать равнопрочность всех элементов современных энергетических установок приводит к проблеме рассмотрения колебаний единой системы «турбоагрегат — фундамент — основание». Эта задача уже изучалась в [1], но по мере увеличения единичной и удельной мощности турбоагрегатов возникают новые аспекты ее рассмотрения. Развитие стационарных и транспортных газовых турбин также ставит ряд новых вопросов.

Кроме изучения особенностей колебания всей системы «турбоагрегат — фундамент — основание», возникает ряд вопросов, связанных со статической прочностью и колебаниями их наиболее напряженных элементов. К таким элементам относится лопаточный аппарат современных турбомашин. Особенно актуальны вопросы ста-

тической и термоциклической прочности, а также колебаний лопаток турбомашин из монокристаллических сплавов.

Объекты энергетического машиностроения при эксплуатации подвергаются нестационарным динамическим воздействиям, возникающим при ударных сотрясениях и сейсмических процессах. Адекватный расчет может быть выполнен только при корректном механическом и математическом моделировании не только самого объекта, но и фундамента с узлами крепления.

В предлагаемой статье, состоящей из двух частей, рассматриваются на первый взгляд весьма различные задачи. Они объединены стремлением обратить внимание на некоторые наиболее актуальные проблемы современного энергомашиностроения.

### Вибрационное состояние фундаментов турбоагрегатов

Колебания ротора с облопачиванием через подшипники передается на элементы корпуса и фундамента. Корпуса паровых турбин высокого и среднего давления могут моделироваться как толстостенные составные оболочки. Для примера (рис. 1) схематично изображен корпус части среднего давления турбины. Даже такие корпуса подвержены колебаниям.

Корпуса частей низкого давления представляют собой сложную тонкостенную конструкцию. Схематичный вид такого корпуса приведен на рис. 2. Колебания такого корпуса характеризуются густым спектром собственных частот и сложными формами.

Ротор турбоагрегата через опоры и корпус связан с фундаментом, объединяющим части турбоагрегата в единую систему, воспринимающую статические и динамические нагрузки и передающую их на фундаментную плиту и далее на грунт. Схема такой системы представлена на рис. 3 [1, 2].

Современные турбоагрегаты имеют фундаменты с рамными, стеновыми и объемными элементами. Наиболее распространены рамные фундаменты, которые включают систему железобетонных или металлических стоек, связанных в верхней части с помощью поперечных и продольных ригелей. Ригели воспринимают нагрузки в местах контакта со статорными элементами и сопрягаются между собой и со стойками. Усло-

вия сопряжения могут отражать жесткое или упругое соединение. Ригели в горизонтальной плоскости обычно связаны между собой жестко и образуют фундаментную плиту. Вертикальные стойки часто соединены с горизонтальными ригелями через упругие амортизаторы, которые могут иметь линейные и угловые податливости по одному, двум и трем направлениям. Система таких амортизаторов может обеспечивать виброизоляцию турбоагрегата от основания. Стойки нижними концами обычно заделаны в массивную железобетонную плиту, лежащую на грунте, который можно рассматривать как упругое основание. Таким образом, рамный фундамент можно представить как пространственную стержневую систему, в узлах которой могут существовать как жесткие, так и упругие связи. Основным элементом системы — прямолинейный стержень. Относительные размеры этих стержней часто требуют учета сдвига при пространственных изгибных колебаниях; кроме того, стержневые элементы рамного фундамента будут совершать продольные и крутильные колебания. Поперечные сечения стержней часто имеют симметрию относительно одной или двух осей. Для железобетонных элементов характерно прямоугольное поперечное сечение, но иногда по конструктивным соображениям часть элементов имеет несимметричное сечение. Металлические элементы могут быть тонкостенными и иметь сечения типа тавра, что приводит к необходимости учета несовпадения центра масс и центра изгиба поперечного сечения.

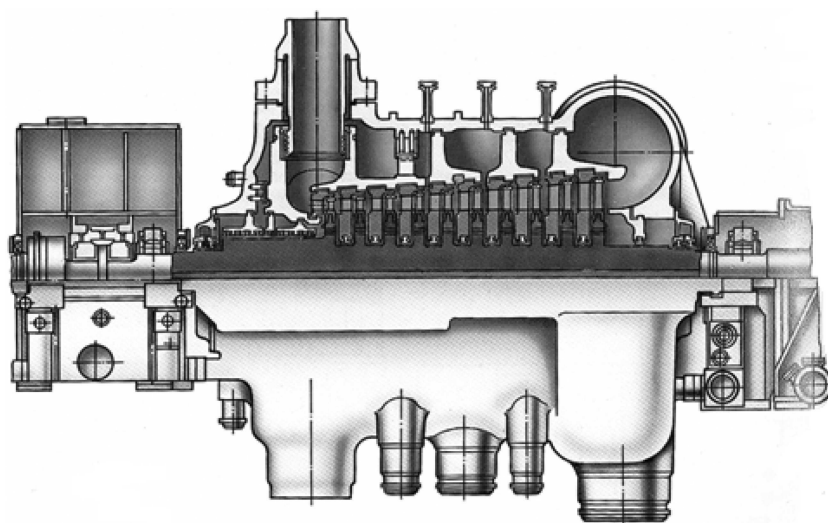


Рис. 1. Корпус части среднего давления мощной паровой турбины

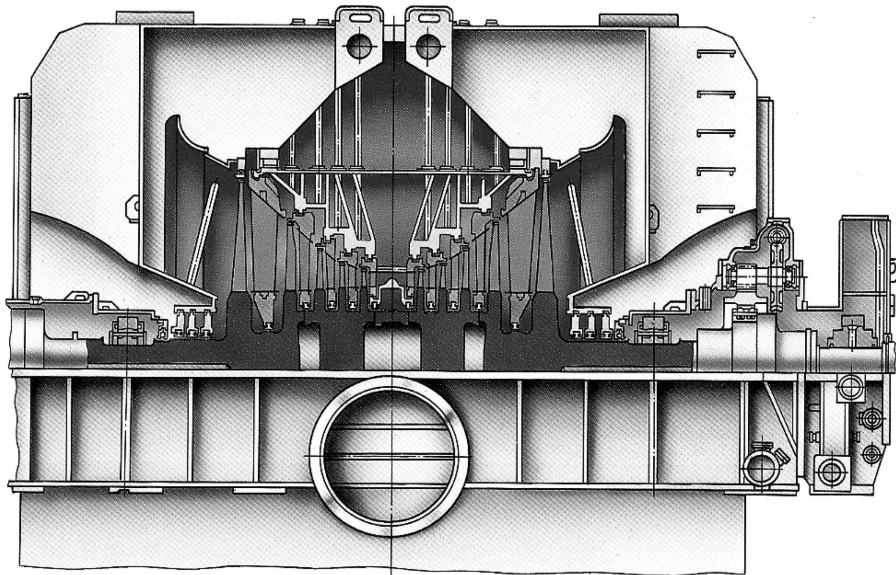


Рис. 2. Корпус части низкого давления мощной паровой турбины

Рамный фундамент может моделироваться как пространственная стержневая конструкция, опирающаяся на упругое основание. При наличии рамного фундамента происходят совместные колебания системы «турбоагрегат — фундамент — основание».

Такая система — весьма сложная, обладает большим числом степеней свободы. Один из основных принципов, облегчающих расчеты таких сложных систем, состоит в мысленном расчленении системы на более простые подсистемы и использовании решений парциальных, или частных, задач. Существуют два основных способа реализации этого принципа [1, 3].

Первый из них заключается в решении частных задач свободных колебаний подсистем. Далее выполняется разложение искомого решения более сложной задачи по собственным формам колебаний подсистем. Такой способ позволяет последовательно наращивать сложность системы [3].

Второй способ состоит в том, что для каждой подсистемы решается не задача о собственных колебаниях, а набор краевых задач о колебаниях при гармоническом воздействии одного из параметров, которые обеспечивают сопряжение данной подсистемы со следующей [3]:

$$(C_k - \lambda_k A_k) a_k = F_k, \quad (1)$$

где  $C_k$  — матрицы жесткости подсистем;  $A_k$  — матрицы масс подсистем;  $\lambda_k$  — характеристические числа;  $a_k$  — вектор-столбец решений для

подсистемы;  $F_k$  — вектор-столбец амплитуд гармонических возмущений для каждого из параметров сопряжения подсистемы.

$$F_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}; \quad F_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \dots F_{n-1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}; \quad F_n = 0. \quad (2)$$

Колебания подсистемы при любых возмущениях на границе описывается суперпозицией решений частных задач (1) с элементарными возмущениями (2). При колебаниях всей конструкции как единого целого учитывается взаимодействие всех подсистем. Решение общей

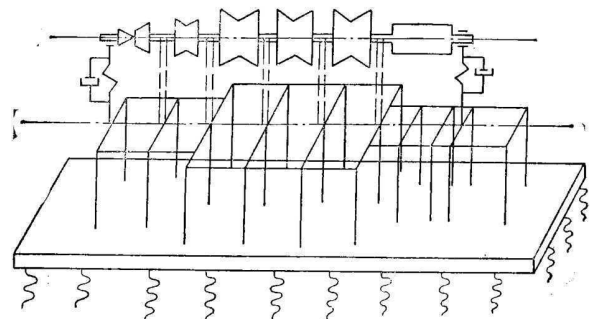


Рис. 3. Схема системы «турбоагрегат — фундамент — основание»

задачи может быть представлено как суперпозиция решений частных задач

$$a = \sum_{k=1}^N b_k a_k, \quad (3)$$

где  $b_k$  — вектор коэффициентов, определенных из условий сопряжения. Порядок уравнений (1) и (3) существенно ниже порядка уравнений для всей системы.

Спектр частот фундамента обычно является достаточно густым. Это иллюстрируют графики на рис. 4, отражающие амплитудно-частотные характеристики железобетонного фундамента мощного турбоагрегата. Сплошными кривыми показаны результаты численных расчетов, а точками — экспериментальные результаты [1].

Для железобетонных фундамента большую роль играет внутреннее демпфирование в материале, которое обычно учитывается по гипотезам Фойгта или Сорокина с помощью обобщенных модулей упругости. Виброизоляторы моделируются как безынерционные упругие элементы, имеющие линейные и угловые податливости. Влияние основания фундамента чаще всего учитывается с помощью приведенных масс плиты, сосредоточенных на нижнем конце стоек, и податливых в вертикальном направлении элементов, которые отражают упругие свойства грунта. В некоторых случаях модель фундамента существенно упрощается и представляет собой систему сосредоточенных инерционных и упругих элементов.

Стеновой фундамент — система толстостенных плит, совершающих поперечные и продольные колебания. Нагрузки, действующие на эти плиты, локализованы в местах расположения опор. С вертикальными плитами могут соединяться горизонтальные ригели, моделируемые

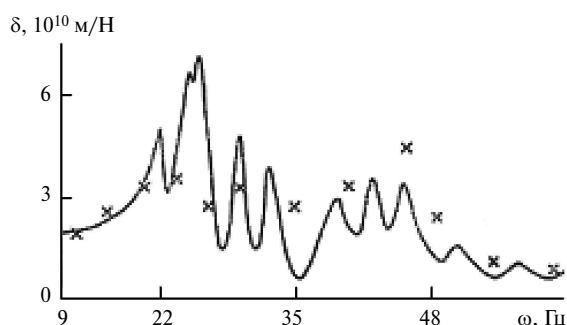


Рис. 4. Изменение вертикальной податливости  $\delta$  железобетонного фундамента турбоагрегата мощностью 1200 МВт в зависимости от частоты колебаний

стержневыми элементами. Удобнее всего моделировать такие плиты с помощью конечных элементов. Каждый конечный элемент — пространственный или толстостенный пластинчатый, подвергающийся поперечной и продольной деформации. Такие же элементы можно использовать для моделирования массивной горизонтальной фундаментной плиты, применяемой в некоторых турбоустановках. Вид стенового фундамента представлен на рис. 5.

Наиболее интенсивные колебания корпусных деталей характерны для газотурбинных двигателей.

Следует отметить, что роль совместных колебаний турбоагрегата с фундаментом возрастает по мере роста мощности агрегата и стремления к равнопрочности всех его элементов.

#### Учет двухсвязности колебаний масс в аппроксимирующих схемах для случая ударных сотрясений\*

Рассматривается амортизирующая способность креплений объекта в случае двухсвязных колебаний при отсутствии верхних связей (рис. 6). Эффективность защиты оценивается относительно схемы крепления, включающей верхние связи, при которых колебания не связаны. Этой схемой при расчетах часто заменяют первую, что ведет к упрощению вычислений, но вносит погрешность в определение параметров движения. Оценим величину этой погрешности.

Воздействие считаем заданным ускорением основания  $\ddot{\Psi}$  или его перемещением  $\Psi$ .

**Амортизирующее крепление постоянной жесткости.** Система уравнений движения для связей постоянной жесткости при отсутствии верхних связей имеет вид [4]

$$\begin{cases} M\ddot{Y} + C_y Y - C_y h \varphi = C_y \Psi; \\ I\ddot{\varphi} + (C_y h^2 + C_z b^2) \varphi - C_y h Y = C_y h \Psi, \end{cases} \quad (4)$$

где  $Y, \ddot{Y}$  — координата центра тяжести массы и его ускорение в абсолютной системе координат;  $\varphi$  — угол поворота;  $M, I$  — масса и момент инерции тела.

\* Содержание раздела соответствует статье: Мельников, Б.Е. Амортизирующая способность креплений металлических конструкций при двухсвязных колебаниях // Сб. «Деформирование и разрушение конструкционных элементов и материалов. — Л., 1988. — С. 5—10.

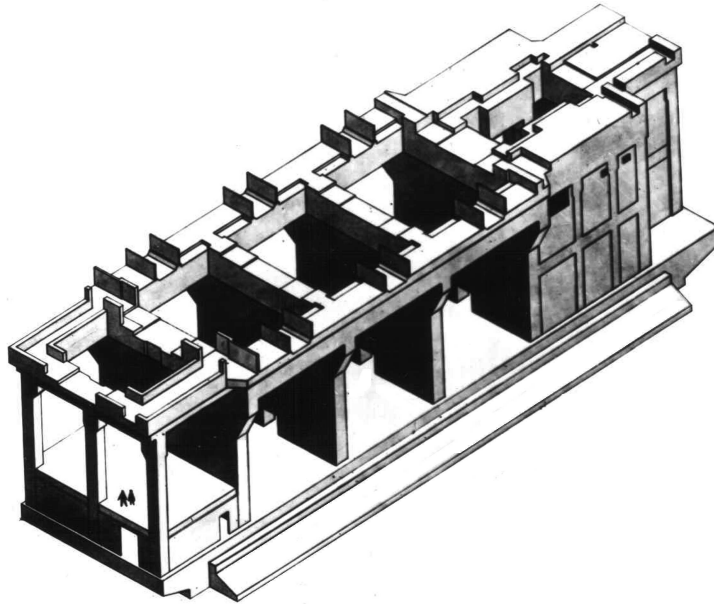


Рис. 5. Модель стенового фундамента

В случае задания воздействия в форме

$$\ddot{\Psi} = \begin{cases} \ddot{\Psi}_{\max} \sin \omega t & \text{при } 0 \leq t \leq 2\pi/\omega; \\ 0 & \text{при } t > \frac{2\pi}{\omega} \end{cases}$$

абсолютное ускорение  $\ddot{Y}$  может быть представлено в следующем виде:

$$\ddot{Y} = (\Delta_1 K_{1g}^* + \Delta_2 K_{2g}^*) \ddot{\Psi}_{\max},$$

где

$$\Delta_1 = \frac{\lambda_y^2 - \lambda_2^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}; \quad \Delta_2 = \frac{\lambda_1^2 - \lambda_y^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}; \quad \lambda_y^2 = \frac{C_y}{M};$$

$$K_{ig}^* = \frac{\lambda_i^2}{\omega^2 - \lambda_i^2} \left( \sin \omega t - \frac{\omega}{\lambda_i} \sin \lambda_i t \right) \quad \text{при } 0 \leq t \leq 2\pi/\omega;$$

$$K_{ig}^* = \frac{\lambda_i \omega}{\omega^2 - \lambda_i^2} \left[ \sin \lambda_i t - \sin \lambda_i \left( t - \frac{2\pi}{\omega} \right) \right] \quad \text{при } t > \frac{2\pi}{\omega}, \quad i = 1, 2;$$

$$\lambda_{1,2}^2 = \frac{1}{2} (\lambda_y^2 + \lambda_{\phi h}^2) \pm \sqrt{\frac{1}{4} (\lambda_y^2 + \lambda_{\phi h}^2)^2 - \lambda_y^2 \lambda_{\phi 0}^2};$$

$$\lambda_{\phi h}^2 = \frac{C_y h^2 + C_z b^2}{I}; \quad \lambda_{\phi 0}^2 = \frac{C_z b^2}{I}. \quad (5)$$

Отметим свойства коэффициентов:

а)  $0 \leq \Delta_1 \leq 1$ ,  $0 \leq \Delta_2 \leq 1$ ;

б)  $\Delta_1 + \Delta_2 = 1$ ;

в) величины рассматриваемых коэффициентов зависят от частот  $\lambda_y$ ,  $\lambda_{\phi 0}$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_{\phi h}$ .

Динамические жесткости амортизаторов типа АКСС имеют следующие соотношения:  $0,4 C_y \leq C_z \leq 3,6 C_y$ .

В случае  $\lambda_y > \lambda_{\phi 0}$  обозначим  $\lambda_{\phi 0} = \lambda_y / n$ ,  $\lambda_1 = \lambda_y P$ . Тогда  $\lambda_2 = \lambda_y / nP$ ;  $\Delta_1 = P^2 n^2 - 1 / (P^4 n^2 - 1)$ ;  $\Delta_2 = P^2 n^2 (P^2 - 1) / (P^4 n^2 - 1)$ .

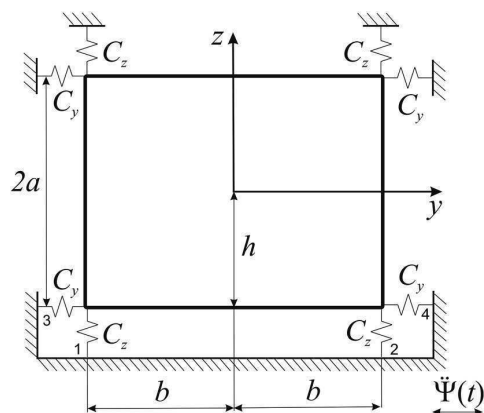


Рис. 6. Амортизированное твердое тело

В случае  $\lambda_y < \lambda_{\varphi_0}$  обозначим  $\lambda_{\varphi_0} = \lambda_y n$ ,  $\lambda_2 = \lambda_y / P$ . Тогда  $\lambda_2 = \lambda_y n P$ ;  $\Delta_1 = P^2 - 1 / (n^2 P^4 - 1)$ ;  $\Delta_2 = P^2 (n^2 P^2 - 1) / (n^2 P^4 - 1)$ .

Для амортизаторов типа АКСС и  $h_{\max} = 2d$ ,  $d = b$  имеем  $n_{\max} \approx 2$ ,  $P_{\max} \approx 3$ . Таким образом, могут быть получены значения  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  для конкретных схем крепления и амортизаторов.

В случае односвязных колебаний значение  $\ddot{Y}$  может быть получено из (5) при  $h = 0$ .

Под коэффициентом динамичности будем понимать  $K_g = \max(|\ddot{Y}| / \ddot{\Psi}_{\max})$ . Покажем, что коэффициент динамичности при двухсвязных колебаниях меньше максимального значения коэффициента динамичности при односвязных колебаниях, т. е.

$$|\Delta_1 K_{1g}^* + \Delta_2 K_{2g}^*| < \max(K_g) = K_{g \max}. \quad (6)$$

Наибольшим значением коэффициентов  $K_{1g}^*$ ,  $K_{2g}^*$  является  $K_{g \max}$ . Пусть  $K_{1g}^* = K_{g \max}$ . Тогда  $K_{2g}^* < K_{g \max}$  и, следовательно,

$$|\Delta_1 K_{1g}^* + \Delta_2 K_{2g}^*| < < |\Delta_1 K_{g \max} + \Delta_2 K_{g \max}| = K_{g \max}. \quad (7)$$

Коэффициент динамичности при двухсвязных колебаниях  $K_g = \max(|\Delta_1 K_{1g}^* + \Delta_2 K_{2g}^*|)$  может изменяться в следующих границах:

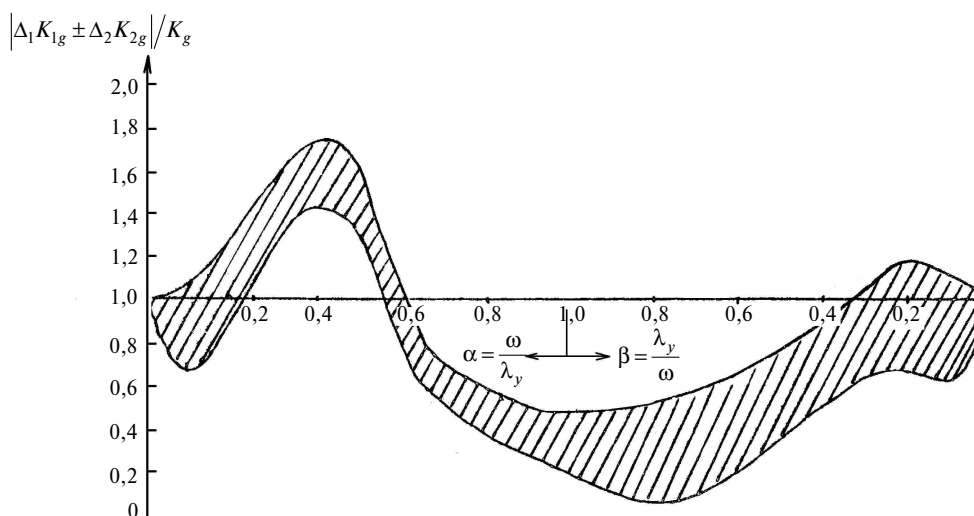


Рис. 7. Область изменения отношения коэффициента динамичности при двухсвязных колебаниях к коэффициенту динамичности при односвязных колебаниях

$$|\Delta_1 K_{1g} - \Delta_2 K_{2g}| < K_g < \Delta_1 K_{1g} - \Delta_2 K_{2g}. \quad (8)$$

Он принимает значения в этой области в зависимости от соотношения собственных частот и частоты возмущения.

Изменение коэффициента динамичности в зависимости от соотношения собственной частоты и частоты воздействия для односвязной системы при воздействии  $\ddot{\Psi}$ , имеющем форму одной или двух полуолн синусоиды, приведено в [5]. Используя эту зависимость, а также зависимость (8) и ограничения, накладываемые на  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ , можно получить область изменения  $|\Delta_1 K_{1g} \pm \Delta_2 K_{2g}| / K_g$ , то есть область возможного изменения коэффициента динамичности двухсвязной системы по отношению к односвязной (рис. 7). Таким образом, пренебрежение двухсвязностью колебаний при характерных жесткостных и частотных параметрах системы ведет к значительным погрешностям.

#### Оптимальная задача амортизации турбоагрегата.

Оптимальная задача защиты от ударных воздействий системы с несколькими степенями свободы может быть сформулирована следующим образом: определить вид зависимости  $V_i = V_i(U_i, \dot{U}_i, t)$  сил, возникающих при деформации  $i$ -го простого упругого элемента в направлении  $U_i$ , обеспечивающих минимизацию функционала

$$A(U_1, \dots, U_n) = \max_i \max_t |U_i(t)|, \quad i = 1, \dots, n, \quad (9)$$



если при движении объекта максимум ускорения при  $t \geq 0$  не превышает заданной величины  $\Phi_0$  [7–9]. Кроме того, задача состоит в вычислении минимальных значений максимумов этих функций.

Было показано [6], что для объекта, установленного по схеме двухсвязных колебаний (см. рис. 6), движение оптимально, если

$$\begin{aligned} V_1(t) &= -V_2(t) = \frac{h}{a+b} V(t); \\ V_3(t) &= V_4(t) = \frac{1}{2} V(t). \end{aligned} \quad (10)$$

При рассматриваемых воздействиях наиболее опасны перемещения в направлении  $U_3$ ,  $U_4$ . Соответственно в первую очередь рассматривается возможность минимизации  $\max |U_i(t)|, i = 3, 4$ .

Как следует из (10),  $U_3$ ,  $U_4$  не зависят от  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $h$  и, следовательно, будут совпадать со значениями, полученными при  $h = 0$ , т. е. при односвязных колебаниях.

Подведем итоги изложенного:

Показано, что пренебрежение двухсвязностью колебаний для упрощения расчетной схемы ведет к значительным погрешностям в определении параметров движения амортизированных тел при нестационарных динамических воздействиях. Произведена оценка погрешности.

Пренебрежение связностью колебаний в случае одномассовой системы не ведет к изменению минимальных значений максимальных деформаций связей оптимально амортизированного объекта при воздействиях специального вида.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шульженко, Н.Г. Численный анализ колебаний системы турбоагрегат — фундамент [Текст] / Н.Г. Шульженко, Ю.С. Воробьев. — К.: Наук. думка, 1991. — 232 с.
2. Филиппов, А.П. Исследование колебаний в системе турбоагрегат-фундамент-основание [Текст] / А.П. Филиппов, Ю.С. Воробьев, Н.Г. Шульженко // Труды координац. совещаний по гидротехнике. — 1976. — Вып. 109. — С. 131–135.
3. Воробьев, Ю.С. Колебания лопаточного аппарата турбомашин [Текст] / Ю.С. Воробьев. — К.: Наук. думка, 1988. — 224 с.
4. Найдено, О.К. Амортизация судовых двигателей и механизмов [Текст] / О.К. Найдено, П.П. Петров. — Л.: Судостроение, 1962. — 288 с.
5. Абрамович, С.Ф. Динамическая прочность судового оборудования [Текст] / С.Ф. Абрамович, Ю.С. Крючков. — Л.: Судостроение, 1967. — 511 с.
6. Гурецкий, В.В. О максимуме отклонения оптимального амортизированного объекта [Текст] / В.В. Гурецкий // Труды ЛПИ. — 1965, №252. — С. 16–23.
7. Шульженко, Н.Г. Численный анализ колебаний системы турбоагрегат-фундамент [Текст] / Н.Г. Шульженко, Ю.С. Воробьев. — К.: Наук. думка, 1991. — 232 с.

## REFERENCES

1. Shul'zhenko N.G., Vorob'ev Iu.S. Chislennyi analiz kolebaniy sistemy turboagregat — fundament [Tekst]. — K.: Nauk. dumka, 1991. — 232 s. (rus.)
2. Filippov A.P., Vorob'ev Iu.S., Shul'zhenko N.G. Issledovanie kolebaniy v sisteme turboagregat-fundament-osnovanie // Trudy koordinats. soveshchaniy po gidrotekhnike. — 1976. — Vyp. 109. — S. 131–135. (rus.)
3. Vorob'ev Iu.S. Kolebaniia lopatochnogo apparata turbomashin [Tekst]. — K.: Nauk. dumka, 1988. — 224 s. (rus.)
4. Naidenko O.K., Petrov P.P. Amortizatsiia sudovykh dvigatelei i mekhanizmov [Tekst]. — L.: Sudostroenie, 1962. — 288 s. (rus.)
5. Abramovich S.F., Kriuchkov Iu.S. Dinamicheskaya prochnost' sudovogo oborudovaniia [Tekst]. — L.: Sudostroenie, 1967. — 511 s. (rus.)
6. Guretskii V.V. O maksimume otkloneniia optimal'nogo amortizirovannogo ob'ekta [Tekst] // Trudy LPI. — 1965. №252. — S. 16–23. (rus.)
7. Shul'zhenko N.G., Vorob'ev Iu.S. Chislennyi analiz kolebaniy sistemy turboagregat-fundament [Tekst]. — K.: Nauk. dumka, 1991. — 232 s. (rus.)

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ /AUTHORS

**ВОРОБЬЕВ Юрий Сергеевич** — доктор технических наук профессор, заведующий отделом нестационарных механических процессов Института проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного Национальной академии наук Украины; 61046, ул.Дм. Пожарского, 2/10, Харьков, Украина; e-mail: vorobiev@ipmach.kharkov.ua

**VOROBIOV Iurii S.** — National Ukrainian Academy of Sciences, Institute of Machinery Problems; Dm.Pozharskyj st., 2/10 Kharkov 61046, Ukraine; e-mail: vorobiev@ipmach.kharkov.ua

**ГЕЦОВ Леонид Борисович** — доктор технических наук профессор кафедры сопротивления материалов Санкт-Петербургского государственного политехнического университета; 195251, ул. Политехническая, 29, Санкт-Петербург, Россия; e-mail: guetsov@yahoo.com

**GETSOV Leonid B.** — St.-Petersburg State Polytechnical University; 195251, Politekhnicheskaya Str. 29, St.-Petersburg, Russia; e-mail: guetsov@yahoo.com

**МЕЛЬНИКОВ Борис Евгеньевич** — доктор технических наук профессор заведующий кафедрой сопротивления материалов Санкт-Петербургского государственного политехнического университета; 195251, ул. Политехническая, 29, Санкт-Петербург, Россия; e-mail: kafedra@ksm.spbstu.ru

**MELNIKOV Boris E.** — St.-Petersburg State Polytechnical University; 195251, Politekhnicheskaya Str. 29, St.-Petersburg, Russia; e-mail: kafedra@ksm.spbstu.ru

**СЕМЁНОВ Артем Семёнович** — кандидат физико-математических наук доцент кафедры механики и процессов управления Санкт-Петербургского государственного политехнического университета; 195251, ул. Политехническая, 29, Санкт-Петербург, Россия; e-mail: Semenov.Artem@googlemail.com

**SEMENOV Artem S.** — St.-Petersburg State Polytechnical University; 195251, Politekhnicheskaya Str. 29, St.-Petersburg, Russia; e-mail: Semenov.Artem@googlemail.com