

УДК 625.032

К.В. Елисеев, Ю.Г. Исполов, А.М. Орлова

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ КОНТАКТЕ КОЛЕСНОЙ ПАРЫ С РЕЛЬСАМИ

K.V. Eliseev, Yu.G. Ispolov, A.M. Orlova

CONTACT FORCES BETWEEN WHEELSET AND RAILS DETERMINING

Для определения сил, действующих в контакте колеса и рельса во время движения подвижного состава, используются системы, включающие в себя измерительные колесные пары и алгоритмы обработки измеряемых величин. Предложен новый метод, позволяющий получать значения всех компонент сил и координаты точек контакта.

МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА. ИЗМЕРЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ. МОДЕЛИРОВАНИЕ. КОНТАКТНЫЕ СИЛЫ. ПСЕВДООБРАТНАЯ МАТРИЦА. ЖЕЛЕЗНЫЕ ДОРОГИ.

Systems that contain instrumented wheelsets and algorithms of measurements evaluations are used to obtain contact forces between wheels and railway while car is moving. The new method of evaluations was developed. It allows evaluation of all contact forces components and contact points coordinates.

STRUCTURAL MECHANICS. STRAIN MEASUREMENT. INVERSE PROBLEM. SIMULATION. CONTACT FORCES. RAILWAY TECHNOLOGY.

Силы, возникающие между колесами и рельсовым путем, — важнейшие параметры, характеризующие движение подвижного состава. Задача нахождения основной вертикальной компоненты вектора силы стоит на первом месте, хотя и другие две компоненты, а также координаты точек контакта существенны.

Непосредственное измерение сил затруднено, поэтому используются измерения других величин, обычно измерения деформаций с помощью тензометрических датчиков [4], и последующее применение алгоритмов обработки результатов. Получили распространение две основные схемы расположения датчиков — на рельсовом пути и на колесной паре [5, 7–10].

Первая схема отличается простотой реализации, но ее основной недостаток — ограниченность области измерений.

Вторая схема оказывается существенно более сложной. Датчики устанавливаются на вращающихся элементах (колеса, оси), что требуют применения аппаратуры беспроводной передачи измерений. Преобразование деформаций в силы также является нетривиальной процедурой, однако возможность продолжительной за-

писи во время движения делает такие схемы предпочтительными.

В статье изложены основы разработанной схемы и приведены некоторые результаты ее использования.

Схема измерений

При разработке схемы измерений необходимо увязать в единое целое следующие компоненты: колесную пару, геометрия колес которой определяет возможность установки тензометров и их расположение; измерительную аппаратуру с ограниченным числом каналов; калибровочный стенд; алгоритм вычислений сил и координат точек контакта.

Рассматривается колесная пара типа РВ2Ш-957-Г, оборудованная колесами с криволинейным диском. Сечение колеса представлено на рис. 1. Колея — 1520 мм, диаметр по кругу катания — 957 мм. Колесо цельное, состоит из трех частей — ступицы, диска и обода. В качестве измерительного и регистрирующего устройства используется радиотелеметрический комплекс, имеющий 64 канала.

Основа алгоритма состоит в следующем. Рассматривается отдельная колесная пара, установ-

ленная в подшипниках (рис. 2). Принята следующая схема крепления: перемещения — $u_{xi} = 0$ и $u_{zi} = 0$; повороты — $\theta_{xi} = 0$; жесткости на перемещении вдоль пути и повороте вокруг вертикальной оси соответствуют жесткостям скобы крепления.

Принято допущение, что контакт точечный, все три компоненты сил R_x , R_y и R_z прикладываются к колесу в одной точке. Моменты, возникающие при распределенном контакте, не учитываются.

Задаются силы, действующие со стороны рельсов на колеса. Проводятся измерения деформаций на поверхностях дисков колес. Далее используются обозначения: вектор-столбец измеряемых деформаций $\epsilon = [\epsilon_1, \dots, \epsilon_n]^T$; вектор-столбец сил, действующих в местах контакта колес 1, 2 и координат точек контакта x_i , $R = [R_{x1}, R_{y1}, R_{z1}, R_{x2}, R_{y2}, R_{z2}, x_1, x_2]^T$.

Проводится базовый расчет при заданных силах и координатах точек контакта R_0 . В результате расчета получают значения деформаций ϵ_0 . Проведя серию экспериментов, задавая приращение одной из компонент сил или смещение точки контакта, можно получить систему линейных алгебраических уравнений, которые связывают приращения измеряемых деформаций и приращения приложенных сил (а также координат точек контакта):

$$\Delta\epsilon = A\Delta R. \quad (1)$$

Здесь A — матрица Якоби размера $n \times m$:

$$A = \frac{\partial \epsilon}{\partial R} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \epsilon_1}{\partial R_1} & \dots & \frac{\partial \epsilon_1}{\partial R_m} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \epsilon_n}{\partial R_1} & \dots & \frac{\partial \epsilon_n}{\partial R_m} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

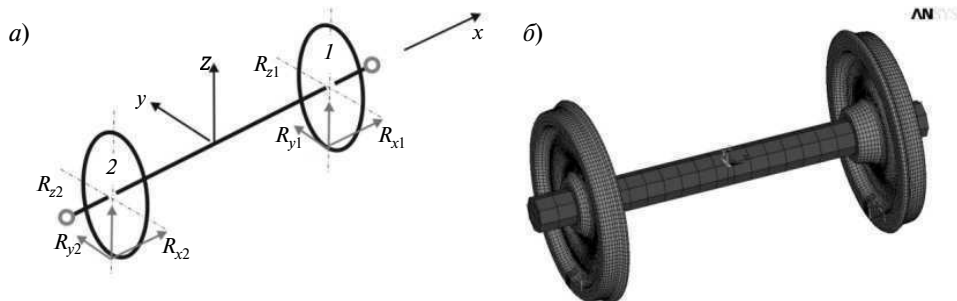


Рис. 2. Схема (а) и модель (б) колесной пары

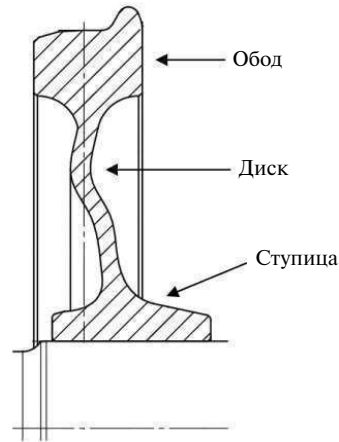


Рис. 1. Сечение колеса

Поскольку здесь число уравнений $n = 64$ больше числа неизвестных $m = 8$, система уравнений, как правило, не имеет точного решения. В этом случае будем находить так называемое «псевдорешение» [1, 3], которое дает вектор-столбец ΔR , минимизирующий евклидову норму ошибки $\|A\Delta R - \Delta\epsilon\|$:

$$\Delta R = (A^T A)^{-1} A^T \Delta\epsilon, \quad (3)$$

или, если обозначить $C = (A^T A)^{-1} A^T$,

$$\Delta R = C\Delta\epsilon. \quad (4)$$

Силы \tilde{R} , действующие в местах контакта колес и рельсов во время эксперимента, можно найти по измеренным значениям деформаций $\tilde{\epsilon}$ согласно формуле

$$\tilde{R} = R_0 + \Delta R = R_0 + C(\epsilon - \epsilon_0). \quad (5)$$

Матрицы A и C могут быть получены разными способами: с использованием подходящей математической модели колесной пары, на калибровочном стенде или совместно.

Создана конечно-элементная модель колесной пары, реализованная в программе Ansys (рис. 2). Колеса моделируются объемными элементами. В области диска, где предполагается установка датчиков, элементы имеют квадратичную аппроксимацию перемещений. Ось моделируется балочными элементами. Материал — упругий.

Расстановка тензометрических датчиков

Предварительный анализ показал, что возможные схемы расстановки тензометров должны включать серии из 16 датчиков, равномерно расставленных на двух окружностях с шагом $22,5^\circ$ на внутренней поверхности колеса (учитывается количество каналов — 32 на колесо, необходимость использования цикличности по окружности, необходимость проводной связи с передающим устройством, установленным на валу). Использование же, например, восьми датчиков на окружности дает большую ошибку в определении угла поворота колеса при вращении.

Здравый смысл подсказывает, что датчики надо ставить там, где деформации большие и сильнее изменяются при изменении сил, приложенных к колесной паре.

Можно получить и некоторые формализованные оценки. Будем считать, что деформации, полученные в результате эксперимента, измерены с некоторыми погрешностями $\delta\epsilon$, т. е. вместо истинных значений деформаций $\tilde{\epsilon}$ имеем фактически измеренные деформации

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon + \delta\epsilon. \quad (6)$$

Погрешность в вычислении приращений сил находится по формуле

$$\delta(\Delta R) = C\delta\epsilon. \quad (7)$$

Будем считать, что компоненты вектора-столбца $\delta\epsilon$ представляют собой случайные величины, распределенные по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и с известным среднеквадратическим отклонением σ_ϵ .

Дисперсия величин $\delta(\Delta R_i)$ определяется формулой

$$D(\delta(\Delta R_i)) = \sigma_\epsilon^2 \sum_{j=1}^n C_{ij}^2, \quad i = 1, \dots, m, \quad (8)$$

откуда находится среднеквадратическое отклонение величин $\delta(\Delta R_i)$, равное

$$\sigma(\delta(\Delta R_i)) = \sigma_\epsilon \sqrt{\sum_{j=1}^n C_{ij}^2}, \quad i = 1, \dots, m. \quad (9)$$

Предположим, что вместо матрицы A имеется другая матрица $A_\gamma = \gamma A$. Погрешность в вычислении сил находится теперь по формуле

$$\delta_\gamma(R) = C_\gamma \delta\epsilon = \gamma^{-1} \delta(R).$$

Это означает, что если датчики деформаций установить там, где деформации сильнее изменяются при изменении приложенных сил, так, чтобы элементы матрицы A пропорционально увеличились в γ раз, то это приведет к уменьшению погрешности в вычислении сил, действующих на рельсы, в γ раз.

Проведены расчеты, показывающие распределения приращений деформации при изменении условий контакта. Типичные распределения приведены на рис. 3. Существенные деформации наблюдаются вблизи перегибов профиля диска, где и следует располагать тензометрические датчики измерения радиальных деформаций (рис. 4).

Анализ коэффициентов матрицы A показал, что она имеет блочную структуру для всех рассмотренных комбинаций приложенных сил и точек контакта (табл. 1). Физический смысл такой структуры — независимость деформирования колес. Фактически задача расщепляется на две независимые. Силы, приложенные к одному из колес, и точка приложения этих сил могут быть восстановлены по деформациям, измеренным на этом же колесе.

Учет координат точек контакта. Примеры расчетов

При фиксированных координатах точек контакта изменения деформаций конечно же пропорциональны изменениям приложенных сил, а коэффициенты матрицы A постоянны, так как задача линейна. При изменении координат точек контакта коэффициенты матриц A , C изменяются (рис. 5). Коэффициенты, соответствующие силам, изменяются практически линейно. Коэффициенты, соответствующие координатам точек контакта, изменяются сложным образом.

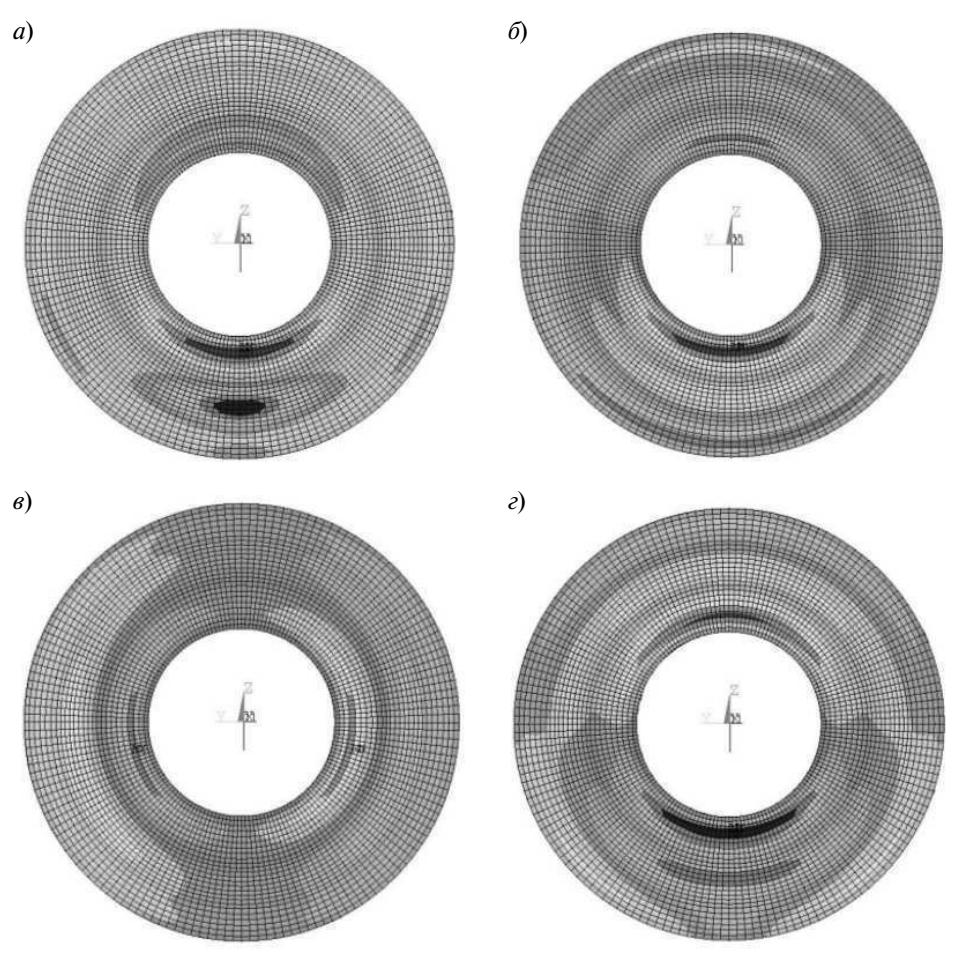


Рис. 3. Типичные картины (вид на диск изнутри колеса) распределения радиальных деформаций при изменении действующих со стороны рельса сил R_x (а), R_y (б), R_z (в) и координаты точки контакта (з). Темный цвет соответствует наибольшим изменениям деформаций

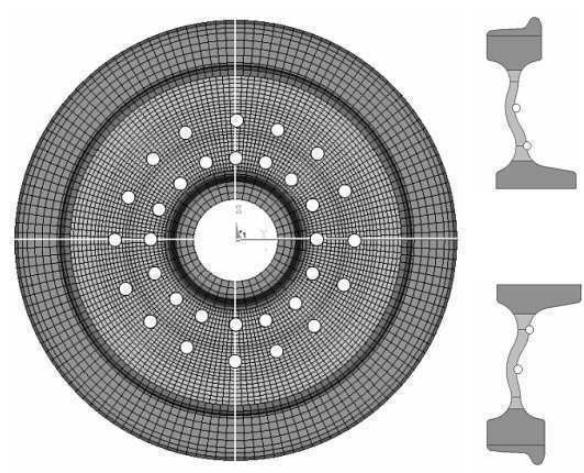


Рис. 4. Расположение тензометрических датчиков на внутренней поверхности колеса

Таблица 1

Блочная структура матрицы А

Место деформации	Силы на колесе 1	Силы на колесе 2	Координаты точки контакта на колесе 1	Координаты точки контакта на колесе 2
На колесе 1	—	0	—	0
На колесе 2	0	—	0	—

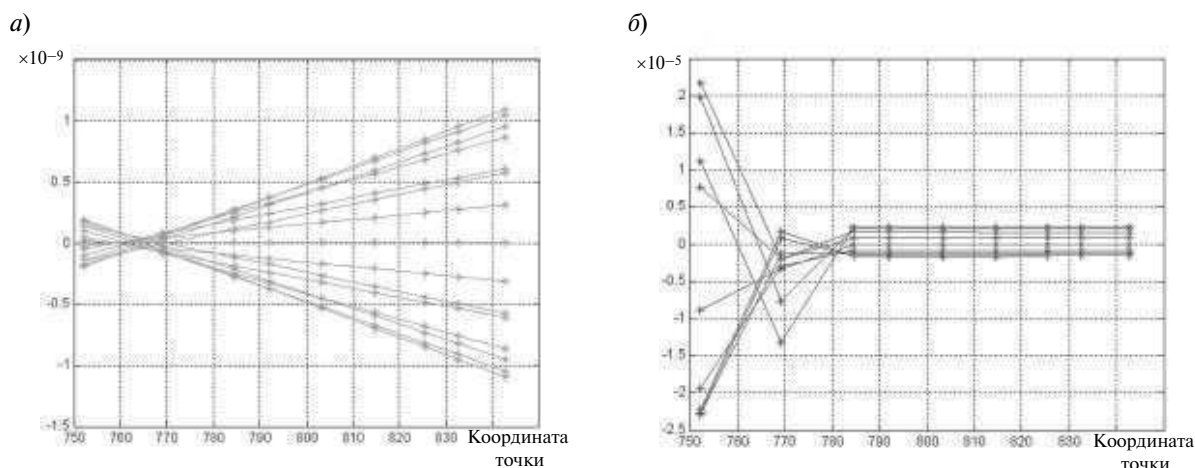


Рис. 5. Зависимости элементов столбцов матрицы А от координат точки контакта на колесе 1: а — элементы 2-го столбца (сила R_{y1}); б — элементы 7-го столбца (координата x_1)

Для учета блочной структуры матриц и для учета нелинейной зависимости деформаций от координат точек контакта предложен следующий модифицированный алгоритм расчета. Вычисления производятся для колес 1 и 2 независимо с использованием малых матриц A_1, A_2 , составленных из соответствующих блоков ис-

ходной матрицы А. Пусть известны матрицы $A_k, k = 1, \dots, 4$ для четырех возможных точек контакта. С помощью матриц по известным измерениям деформаций ϵ_1 можно получить четыре варианта компонента сил и координат точек контакта для колеса 1. Далее проводится анализ нормы невязки величины $\|A_{1k}R_{1k} - \epsilon_1\|$. Типичный график соответствующего интерполяционного сплайна представлен на рис. 6.

Точка минимума дает оценку координаты точки контакта. Зная точку приложения сил, можно воспользоваться интерполяционными сплайнами для получения элементов матриц S по четырем известным S_{1k} . После этого можно получить значения сил по новой матрице. Типичные примеры результатов расчета представлены в табл. 2 и 3.

Восстановление угла поворота

Одна из задач, возникающих при реализации предложенного алгоритма, — определение текущего угла поворота колесной пары. Предлагается использовать выявленные особенности рас-

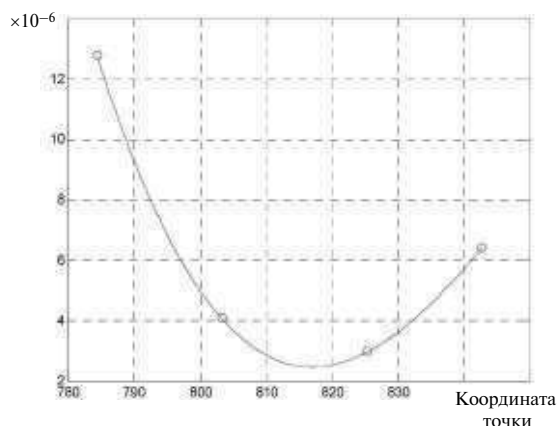


Рис. 6. Интерполяционный сплайн для невязки $\|A_{1k}R_{1k} - \epsilon_1\|$

пределения радиальных деформаций на окружностях установки датчиков (рис. 7).

Локальные экстремумы можно использовать для оценки текущих направлений вверх и вниз. По 16 измеренным значениям деформаций можно построить интерполяционный сплайн, причем для учета погрешностей измерений используется сглаживающий сплайн [2, 6]. На рис. 8 показаны распределения радиальных деформаций на окружности установки датчиков в некотором варианте нагружения при угле поворота колеса 12°.

Проведены численные эксперименты, в которых на значения деформаций накладываются случайные возмущения, распределенные по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и с заданным среднеквадратическим отклонением $\sigma \cdot 10^{-6}$, равным 1 % от характерно-

го уровня деформации в рассмотренном примере. Полученные с помощью сглаживающих сплайнов результаты позволяют использовать точки экстремумов для определения актуальных направлений вверх и вниз.

Калибровочный стенд

Проведенные численные эксперименты показали, что для восстановления сил можно использовать результаты, полученные на математической модели. Однако при этом не будут учтены особенности реальной колесной пары, а именно: ее размеры после плановой обточки профиля, свойства материала, погрешности наклейки тензометров. Для учета этих факторов может быть использован калибровочный стенд. На нем производятся натурные нагружения с целью уточнения коэффициентов матриц A .

Таблица 2

Результаты восстановления сил и координат точек контакта. Тест для R_{y1}

Параметр, ед. измерен.	Точное значение	Вариант точки контакта для A_k				На базе невязки
		1	2	3	4	
Силы, 10^5 Н:						
R_{x1}	0,0000	-0,0005	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000
R_{y1}	0,1000	0,0667	0,0855	0,1138	0,1099	0,0978
R_{z1}	1,3500	1,3535	1,3505	1,3501	1,3494	1,3500
Точки контакта $x1$, мм	814,5	814,3	814,5	814,5	814,5	814,5
$\ A_k R_k - \varepsilon\ $	—	$6,39 \cdot 10^{-5}$	$2,95 \cdot 10^{-5}$	$4,07 \cdot 10^{-5}$	$1,27 \cdot 10^{-5}$	—

Таблица 3

Результаты восстановления сил и координат точек контакта. Тест для x_1

Параметр, ед. измерен.	Точное значение	Вариант точки контакта для A_k				На базе невязки
		1	2	3	4	
Силы, 10^5 Н:						
R_{x1}	0,0000	-0,0006	-0,0001	0,0000	0,0001	0,0000
R_{y1}	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
R_{z1}	1,3500	1,3545	1,3509	1,3500	1,3494	1,3500
Точки контакта $x1$, мм	810,8	810,5	810,7	810,7	810,7	810,8
$\ A_k R_k - \varepsilon\ $	—	$2,09 \cdot 10^{-7}$	$3,32 \cdot 10^{-7}$	$1,01 \cdot 10^{-7}$	$7,52 \cdot 10^{-7}$	—

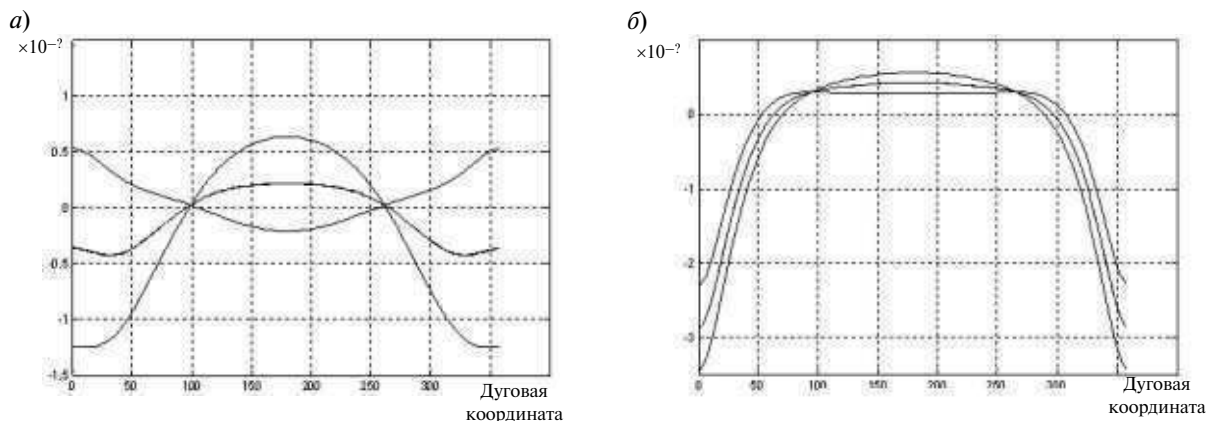


Рис. 7. Распределение радиальных деформаций на двух окружностях для различных сочетаний нагрузок

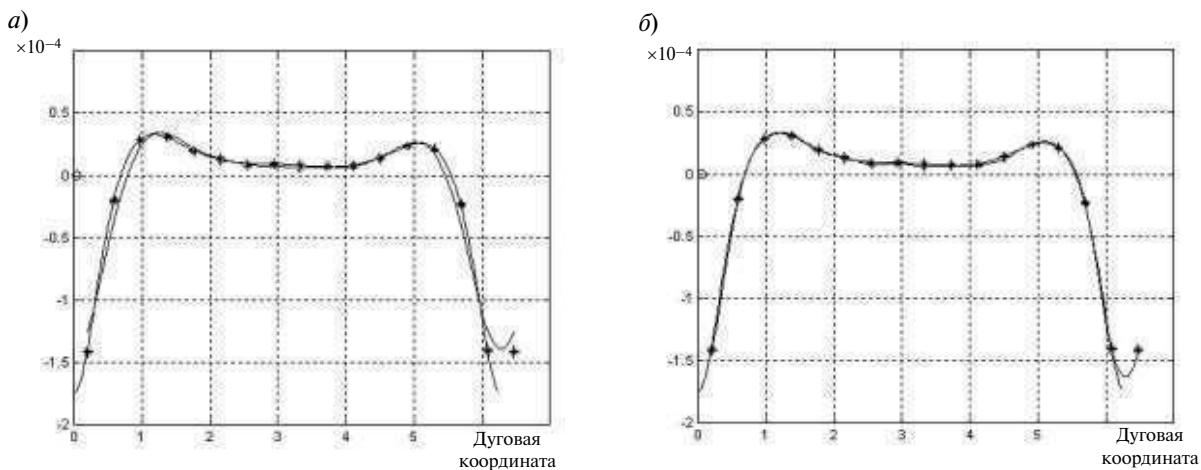


Рис. 8. Сглаживающий сплайн — для радиальных деформаций; кривая — истинные деформации в модели (а, б — при разных параметрах сглаживания)

Разработана новая методика оценки сил, действующих в контакте между колесом и рельсом, по данным измерений деформаций. Она позволяет получать с достаточной

точностью не только все компоненты сил, но и координаты точек контакта. Решена задача определения текущего угла поворота колесной пары.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алберт, А. Регрессия, псевдоинверсия и рекуррентное оценивание [Текст] / А. Алберт.— Пер. с англ.— М.: Наука, 1977.
2. Завьялов, Ю.С. Методы сплайн-функций [Текст] / Ю.С. Завьялов, Б.И. Квасов, В.Л. Мирошниченко.— М.: Наука, 1980.
3. Канатников, А.Н. Линейная алгебра [Текст] / А.Н. Канатников, А.П. Крищенко.— М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002.
4. Макаров, Р.А. Тензометрия в машиностроении [Текст] / Р.А. Макаров, А.Б. Ренский, Г.Х. Боркунский, М.И. Этингоф.— М.: Машиностроение, 1975.
5. Орлова, А. Стенд градуировки измерительных колесных пар [Текст] / А. Орлова, А. Мигров, К. Елисеев // Матер. конф. «Transport Problems 2012». Silesian University. Technology Faculty of Transport.— 2012—Р. 474—479.
6. Стечкин, С.Б. Сплайны в вычислительной математике [Текст] / С.Б. Стечкин, Ю.Н. Субботин.— М.: Наука, 1976.
7. Auciello, J. Dynamic simulation of railway vehicles: wheel/rail contact analysis [Text] / J. Auciello, E. Meli,

S. Falomi, M. Malvezzi // Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility.— 2009. Vol. 47, Issue 7.— P. 867–899.

8. **Gomez, E.** Railway Dynamometric Wheelsets: A Comparison of Existing Solutions and a Proposal for the Reduction of Measurement Errors [Text] / E. Gomez, A. Alonso, J.G. Gimenez, J. Vinolas, //Proc. of the 1st Intern. Workshop: High-speed and intercity railways.— 2012, Vol. 2, Lnee 148.— P. 261–284.

9. **Ronasi, H.** Identification of Wheel-Rail Contact Forces Based on Strain Measurement and Finite Element

Model of the Rolling Wheel [Text] / H. Ronasi, H. Johansson, F. Larsson // Topics in Modal Analysis II: Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series.— 2012.— Vol. 6.— P. 169–177.

10. **Ronasi, H.** Inverse identification of wheel–rail contact forces based on observation of wheel disc strains: an evaluation of three numerical algorithms [Text] / H. Ronasi, J. Nielsen // Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility.— 2013. Vol. 51, № 1.— P. 74–90.

REFERENCES

1. **Albert A.** Регрессия, псевдоинверсия и рекуррентное отсечение. перев. с англ [Текст].— М.: Nauka, 1977. (rus.)

2. **Zavyalov Yu.S., Kvasov B.I., Miroshnichenko V.L.** Metody splayn-funktsiy [Текст].— М.: Nauka, 1980. (rus.)

3. **Kanatnikov A.N., Krishchenko A.P.** Lineynaya algebra [Текст].— М.: Izd-vo MGTU im. N.E. Bauman, 2002. (rus.)

4. **Makarov R.A., Renskiy A.B., Borkunskiy G.Kh., Etingof M.I.** Tenzometriya v mashinostroyenii [Текст].— М.: Mashinostroyeniye, 1975.

5. **Orlova A., Migrov A., Eliseyev K.** Stend graduirovki izmeritelnykh kolesnykh par [Текст] // Materialy konferentsii: Transport problems. 2012.— Silesian University of Technology Faculty of Transport.— P. 474–479. (rus.)

6. **Stechkin S.B., Subbotin Yu.N.** Splayny v vychislitelnoy matematike [Текст].— М.: Nauka, 1976. (rus.)

7. **Auciello J., Meli E., Falomi S., Malvezzi M.** Dynamic simulation of railway vehicles: wheel/rail contact analysis [Text] // Vehicle System Dynamics: International

Journal of Vehicle Mechanics and Mobility. 2009. Vol. 47, Issue 7.— P. 867–899.

8. **Gomez E., Alonso A., Gimenez J.G., Vinolas, J.** Railway Dynamometric Wheelsets: A Comparison of Existing Solutions and a Proposal for the Reduction of Measurement Errors [Text] //Proc. of the 1st International Workshop: High-speed and intercity railways.— 2012. Vol. 2, LNEE 148.— P. 261–284. Springer, Heidelberg, 2012.

9. **Ronasi H., Johansson H., Larsson F.** Identification of Wheel-Rail Contact Forces Based on Strain Measurement and Finite Element Model of the Rolling Wheel [Text] // Topics in Modal Analysis II: Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series.— 2012. Vol. 6.— P. 169–177.

10. **Ronasi H., Nielsen J.** Inverse identification of wheel–rail contact forces based on observation of wheel disc strains: an evaluation of three numerical algorithms [Text] // Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility Vol. 51, No. 1, January 2013.— P. 74–90.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

ЕЛИСЕЕВ Кирилл Валентинович — ассистент кафедры компьютерных технологий в машиностроении Санкт-Петербургского государственного политехнического университета; 195251, ул. Политехническая, 29, Санкт-Петербург, Россия; e-mail: kir.eliseev@gmail.ru

ИСПОЛОВ Юрий Григорьевич — доктор физико-математических наук профессор кафедры механики и процессов управления Санкт-Петербургского государственного политехнического университета; 195251, ул. Политехническая, 29, Санкт-Петербург, Россия; e-mail: ispolov@mail.ru

ОРЛОВА Анна Михайловна — доктор технических наук профессор кафедры вагонов и вагонного хозяйства Петербургского государственного университета путей сообщения; 190031, Московский пр. 9 Санкт-Петербург, Россия; e-mail: a-orlova@yandex.ru

AUTHORS

ELISEEV Kirill V. — St. Petersburg State Polytechnical University; 195251, Politekhnikeskaya Str. 29, St. Petersburg, Russia; e-mail: kir.eliseev@gmail.ru

ORLOVA Anna M. — Petersburg State Transport University; 190031, 9 Moskovsky pr., St. Petersburg, Russia; e-mail: a-orlova@yandex.ru

ISPOLOV Iurii G. — St. Petersburg State Polytechnical University; 195251, Politekhnikeskaya Str. 29, St. Petersburg, Russia; e-mail: ispolov@mail.ru