

УДК 536–12:539.372

*Д.А. Китаева, Я.И. Рудаев*

## **СИНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ В МЕХАНИКЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ СВЕРХПЛАСТИЧНОСТИ**

*D.A. Kitaeva, Ya.I. Rudaev*

### **SYNERGETIC CONCEPTIONS IN MECHANICS OF DYNAMIC SUPERPLASTICITY**

Рассмотрено соответствие представлений о сверхпластичности динамического типа положениям теории самоорганизации диссипативных структур. Предложен подход к моделированию деформационных процессов при сверхпластическом течении промышленных алюминиевых сплавов с учетом наличия пограничных областей. Уравнение состояния записано в форме минимума потенциала катастрофы сборки и дополнено эволюционными уравнениями для управляющего параметра и внутренних параметров состояния. Приведен пример сопоставления теоретических и опытных данных.

СИНЕРГЕТИКА. ДИНАМИЧЕСКАЯ СВЕРХПЛАСТИЧНОСТЬ. ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ. ПРОМЫШЛЕННЫЕ АЛЮМИНИЕВЫЕ СПЛАВЫ.

Conformity of dynamic type superplasticity conceptions to the theory of self-organization of dissipative structures basis is considered. Approach to modeling of deformation processes is offered at a superplastic current of industrial aluminum alloys taking into account existence of boundary regions. The condition equation is written down in the form of a minimum of potential of assemblage catastrophe and added with the evolutionary equations for the operating parameter and internal parameters of a condition. The example of comparison of theoretical and experimental data is given.

SYNERGETICS. DYNAMIC SUPERPLASTICITY. PHASE TRANSITIONS. INDUSTRIAL ALUMINUM ALLOYS.

#### **Синергетичность процессов сверхпластического течения**

Сверхпластичность неорганических материалов внешне проявляется в форме аномального квазиоднородного удлинения при малых значениях напряжений пластического течения. Начиная с классической работы К. Пирсона [1] сверхпластическую деформацию связывают с превалированием механизма зернограничного проскальзывания со сменой соседей зерен [2, 3] над другими формами массопереноса. Не ставя сказанное под сомнение, отметим, что реализация такого механизма облегчается формированием ультрамелкозернистой структуры на предварительном этапе (микрoзеренная или структурная сверхпластичность) или в процессе нагрева и деформации (динамическая сверхпластичность). Поскольку сверхпластичность проявляется не всегда, а лишь в определенных тер-

момеханических режимах, то можно считать, что наличие ультрамелкого зерна — необходимое, но недостаточное условие развития эффекта. К мелкозернистости следует добавить требование равноосности и несклонности к росту зерна при нагреве и деформации. Важным структурным элементом считаются также границы зерен.

При динамической сверхпластичности, как известно [4, 5], формирование мелкого зерна происходит в процессе нагрева и деформации. Последнее, естественно, связано с сильнейшей структурной перестройкой в условиях, при которых имеют место аллотропические превращения различной природы. В частности, в алюминиевых сплавах таким структурным переходом является динамическая рекристаллизация.

Таким образом, при анализе на макроуровне эффектов, характеризующих динамическую сверхпластичность, полезным инструментом

может оказаться использование представлений о неравновесных фазовых переходах. Очевидно, что подобные переходы размыты во времени. Поэтому логично привлечь динамические модели для осмысления природы сверхпластичности.

Использование квазистационарного подхода к описанию динамических процессов приводит к тому, что развитие любой сложной системы можно рассматривать как смену одного устойчивого состояния другим с кратким периодом переходного процесса между ними. Это позволяет в соответствии с принципом локального равновесия характеризовать состояние незамкнутой неравновесной системы локальными термодинамическими потенциалами, зависимость которых от времени выражается через термодинамические параметры, причем для них всех выполняются уравнения классической термодинамики. Иначе говоря, последнее утверждение не противоречит положениям рациональной механики сплошных сред.

Однако анализ реальной деформационной динамики показывает, что период неравновесного состояния может оказаться слишком длительным, чтобы им можно было пренебречь. Более того, иногда требуется поддерживать систему в указанном неравновесном состоянии, управляя им. Поэтому квазистационарный подход эффективен до того момента, когда в силу некоторых причин характер стационарного состояния изменится кардинальным образом. Подобные изменения, называемые бифуркациями, принадлежат уже к области приложений методов нелинейного динамического анализа. Методология анализа нелинейных динамических систем уже оформилась в научное направление, называемое синергетикой, которое нацелено на выявление общих принципов эволюции и самоорганизации сложных систем различной природы на основе построения изучения нелинейных математических моделей.

Обсудим некоторые представления, приводящие к соответствию особенностей сверхпластичности положениям синергетики.

В современной трактовке принято считать [6], что синергетика изучает возникновение упорядоченных (диссипативных) структур в открытых системах за счет взаимодействия с внешней средой.

В рамках приведенного определения образцы из деформируемого конструкционного материала будем рассматривать как пространственную незамкнутую систему, состоящую из большого числа элементов, структура которых не задается извне. Процессы, приводящие к такому возникновению структур, называются, как известно, самоорганизацией [7].

Самоорганизация может быть вызвана различными способами [7]. Но в конкретных случаях одновременно нагрева и статического нагружения металлических материалов можно считать, что реализуется медленное однородное изменение воздействия окружающей среды, при котором сложная система в некоторых критических точках переходит в новые состояния, отличающиеся более высоким порядком и структурой. В соответствии с [7] такой способ относится к самоорганизации через изменение управляющих параметров. Иными словами, процесс самоорганизации осуществляется как последовательность неравновесных фазовых переходов. Переходы возникают при изменении одного или нескольких управляющих — бифуркационных — параметров.

Взаимодействие элементов сложной системы неизбежно переносится на внешние макроэффекты, порождаемые структурными изменениями. Указанные эффекты принято называть синергетическими [7]. Основной особенностью синергетических эффектов следует считать упорядоченность, целенаправленность поведения сложной системы при относительной хаотичности поведения отдельных элементов или подсистем.

Укажем, что идея связать синергетические эффекты со сверхпластичностью впервые была высказана в [8, 9]. В большом обзоре [10] подробно изложены основные представления о синергетике, в том числе применительно к сверхпластичности. Однако убедительные доказательства связи сверхпластичности с неравновесными фазовыми переходами в [10] отсутствуют. Другие исследования в этом направлении не известны. Более того, в большинстве оригинальных работ сверхпластичность рассматривается отдельно, вне связи с предшествующими состояниями. Определенную негативную роль при этом играет оценка сверхпластичности по величине коэффициента скоростной чувстви-

тельности, который физически необоснован, а также недостаточное количество систематических экспериментальных данных. Другими словами, остаются неизученными условия наступления и окончания эффекта.

Обобщая изложенное, отметим следующие принципиальные моменты [7], связанные с термодинамическим подходом. Как известно, равновесная термодинамика применима к системам, находящимся в тепловом равновесии. Линейная термодинамика необратимых процессов действует вблизи теплового равновесия. Синергетические системы находятся далеко от теплового равновесия. Хотя термодинамическое понятие параметра порядка используется и в синергетике, однако указанные параметры имеют несколько другой смысл, чем в термодинамике. Неравновесные фазовые переходы синергетических систем, естественно, более разнообразны, чем фазовые переходы систем, находящихся в состоянии теплового равновесия. Так, в синергетике первостепенное значение придается понятию управления. При этом изменение управляющих параметров может производиться более или менее произвольным образом, и, как следствие, изучается самоорганизация системы, т. е. различные состояния, в которые она переходит при изменении управляющих параметров. Используя асимптотический метод [7], можно анализировать структурные состояния нелинейных систем, выделяя в них некоторые предельные состояния, качественный анализ которых приводит к количественной оценке процессов самоорганизации.

Теперь становится очевидным, что гипотеза о физической природе сверхпластичности, сформулированная в [11], имеет синергетическую природу. В соответствии с указанной гипотезой сверхпластичность есть суперпозиция деформации и одного или нескольких превращений. В таком случае естественно предположить существование критических температурных точек перехода материала в сверхпластическое состояние. Последнее не противоречит общему постулату изотропии А.А. Ильюшина или, в несколько другой форме, принципу детерминизма. Наложение деформаций приводит к появлению вблизи критических точек ограниченной области температур, соответствующих процессу перехода из одного структурно устойчивого со-

стояния в другое. Материалы, имеющие полиморфные превращения, в указанной области (в некотором подлежащем определению интервале скоростей деформаций) проявляют сверхпластические свойства, которые в [5] объясняются состоянием предпревращения.

Сплавы с исходным ультрамелкозернистым строением на зернограничное проскальзывание со сменой соседей зерен реагируют сильным изменением термодинамических функций отклика. Так, эксперименты на мелкозернистом сплаве  $Zn - 22\%Al$  показали резкое возрастание удельной теплоемкости  $c_p$  [12]. Кроме того, для упомянутого сплава показано, что сверхпластичности соответствует неравновесное структурное состояние, наблюдаемое в процессе эвтектоидного превращения.

Для большинства промышленных титановых сплавов сверхпластичность проявляется в области полиморфных превращений или обусловлена динамической рекристаллизацией [2, 11].

Вывод из приведенных рассуждений вполне однозначен: природа сверхпластической деформации связана с температурно-скоростными режимами структурной неустойчивости деформируемого материала [13]. По существу, к этому же сводится и концепция «оптимизации гетерогенности» [10].

Остановимся еще на одном моменте. В [10] на основе анализа многочисленных данных отмечено, что сверхпластичность независимо от типа сплава реализуется при сосуществовании кристаллической и квазиаморфной (аморфной) фаз. Последнее подтверждается теорией структурных превращений, в соответствии с которой при сверхпластичности имеет место неустойчивое состояние границ. При этом возникает «жидкоподобное» или аморфное состояние границ, играющее, на наш взгляд, роль своеобразной смазки, стимулирующей зернограничное проскальзывание. Эта точка зрения соответствует интерпретация сверхпластичности как явления, происходящего в условиях неравновесной (возбужденной) динамической структуры.

Таким образом, можно утверждать, что сверхпластичность реализуется как некоторое особое состояние деформируемого материала в иерархии состояний при меняющихся температурных и кинематических условиях. При этом напряжение как функция температуры, степени

и скорости деформации должно удовлетворять переходным условиям, которые, например для алюминиевых сплавов, сформулированы в [13].

Очевидно, что математическая модель, описывающая закономерности высокотемпературной деформации в широком скоростном диапазоне, должна отражать динамику процесса. Поэтому логично отождествлять деформируемый материал с автономной динамической системой, подчиняющейся кинетическому уравнению [14]

$$\frac{d\eta}{dt} = F(\eta, \beta), \quad (1)$$

где  $F(\eta, \beta)$  — силовой фактор;  $\beta$  определяет семейство управляющих параметров;  $\eta$  — обобщенная координата (параметр порядка), задающая положение системы в пространстве температурных и кинематических переменных.

Известно [7], что флуктуирующие силы могут вывести динамическую систему из аттрактивного состояния, соответствующего минимуму термодинамического потенциала. Однако второе начало термодинамики вынуждает систему вернуться в начальное состояние. Это означает, что существование термодинамического потенциала делает систему нечувствительной к структурной изменчивости. Иными словами, подход, основанный на методах линейной необратимой термодинамики, оказывается неприемлемым для анализа сильно неравновесных систем. К ним относится материал, определенным этапом деформирования которого является сверхпластичность. Одним из возможных вариантов решения этой проблемы является существенное упрощение уравнения (1). Указанное упрощение достигается, если внешние силы принять консервативными, а ответственность за флуктуации возложить на управляющие параметры. Тогда вместо (1) можно записать

$$\frac{d\eta}{dt} = -\frac{\partial \Phi(\eta, \beta)}{\partial \eta} = F(\eta, \beta). \quad (2)$$

Здесь  $\Phi(\eta, \beta)$  — «потенциальная» функция, а материал рассматривается как градиентная динамическая система.

Вдали от равновесия градиентная динамическая система эволюционирует к некоторому стационарному состоянию, устанавливаемому из условия

$$\frac{\partial \Phi(\eta, \beta)}{\partial \eta} = 0. \quad (3)$$

В стационарных условиях смена состояний осуществляется за счет изменения управляющего параметра. Математически подобные смены описывает элементарная теория катастроф [14]. На целесообразность привлечения теории катастроф в качестве основы для формулировки определяющих соотношений впервые указано в [13], а реализовано в [4, 5].

### Сверхпластичность алюминиевых сплавов

Установлено [15], что сверхпластичность промышленных алюминиевых сплавов объясняется происходящим при нагреве и деформации структурным фазовым переходом — динамической рекристаллизацией. Происходящие при этом структурные изменения заключаются [15] в возникновении равноосной микроструктуры с очень мелким зерном, примерно совпадающим по размерам с субзернами. Так создается структурная ситуация, способствующая реализации механизма зернограничного проскальзывания и, естественно, проявлению сверхпластических свойств. Указанная ситуация соответствует промежуточным структурным состояниям между исходным деформированным и крупнозернистым рекристаллизованным, включая метастабильные состояния. Следовательно, наличие нагрева и деформации в определенном сочетании при неизменном химическом составе изменяет структурное состояние материалов.

В связи со сказанным актуальнейшей становится задача установления термомеханических условий реализации явления сверхпластичности. При этом выделяются две проблемы:

1. Пусть имеется массив экспериментальных данных по деформированию материала в широких температурно-скоростных диапазонах. Требуется выработать достаточно эффективные критерии оценки выборки опытных данных, отвечающих проявлению сверхпластических свойств.

2. Условия перехода в сверхпластическое состояние должны иметь аналитическую формулировку механического типа. Очевидно, что деформационный процесс, одним из этапов которого является сверхпластичность, не может

заменяться моделью только нелинейно-вязкой среды, преобладающей в теориях сверхпластичности [2, 3, 10]. Кроме того, при постановке и решении задач объемного формоизменения на базе управляемой сверхпластической деформации к уравнениям состояния предъявляются требования пригодности последних для описания не только процессов сверхпластического течения, но и пограничных со сверхпластичностью областей термопластичности и высокотемпературной ползучести.

Впервые задача определения условий перехода промышленных алюминиевых сплавов в сверхпластическое состояние рассмотрена в [13], хотя попытка решения ее предпринималась и ранее. Постановка указанной задачи основана на большом количестве экспериментальных данных, обобщенных в [4, 5] и относящихся к сплавам АМг5, 1561, Д18Т, 1980, В95, АК4, АК6, АК8.

Для формулировки аналитических условий реализации эффекта сверхпластичности принято уравнение состояния вида

$$\sigma = \sigma(\theta, \bar{\epsilon}, \dot{\epsilon}), \quad (4)$$

где  $\sigma$  — действительное напряжение;  $\theta$  — абсолютная температура;  $\bar{\epsilon}, \dot{\epsilon}$  — соответственно степень и скорость деформации.

Таким образом, ставится задача определения условий, которым должно удовлетворять

напряжение как функция температуры степени и скорости деформации, ограничивающая термические и кинематические условия сверхпластичности.

На рис. 1, а схематично дано качественное представление накопленных экспериментальных данных по зависимостям напряжения от температуры и скорости деформации. Выявлено существование термических и скоростных диапазонов, в которых изотермы «напряжение — скорость деформации» отклоняются от монотонного характера с появлением точек бифуркации. Ниспадающие ветви указанных изотерм принимаются соответствующими проявлению сверхпластических свойств. Характерные признаки сверхпластичности — низкий уровень напряжений и высокая деформационная способность при растяжении отмечаются в упомянутых диапазонах. Установленная неустойчивость напряжения по отношению к скорости деформации имеет место в температурном интервале  $\theta \in ]\theta_c^m, \theta_c^v[$ , причем  $\theta_c^m, \theta_c^v$  названы соответственно нижней и верхней критическими температурами.

Далее полагаем, что изотермы  $\sigma \sim \dot{\epsilon}$  описываются гладкими функциями, имеющими точки перегиба, в которых, естественно, выполняются равенства

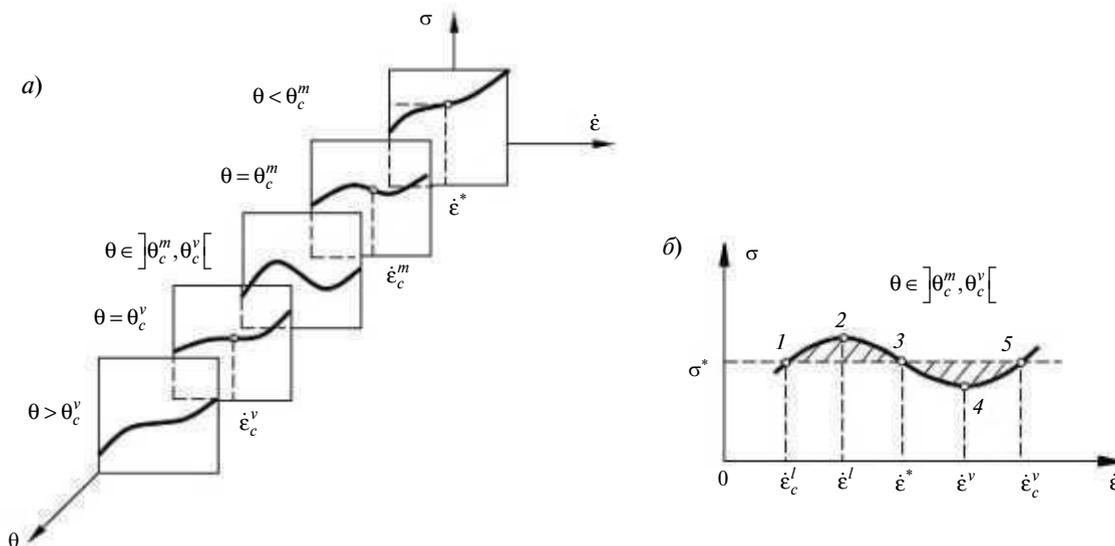


Рис. 1. Качественное представление экспериментальных зависимостей «напряжение — скорость деформации» в различных температурных диапазонах (а); условия перехода материала в сверхпластическое состояние (б)

$$\left. \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \dot{\epsilon}^2} \right|_{\dot{\epsilon}=\dot{\epsilon}^*} = 0. \quad (5)$$

Здесь скорости деформации  $\dot{\epsilon}^* = \dot{\epsilon}^*(\theta)$  ставится в соответствие напряжению  $\sigma^* = \sigma^*(\theta)$  (см. рис. 1, а).

Уравнение состояния (4) при критических температурах должно удовлетворять условиям

$$\left. \frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\epsilon}} \right|_{\theta_c^m, \dot{\epsilon}^m} = 0; \quad \left. \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \dot{\epsilon}^2} \right|_{\theta_c^m, \dot{\epsilon}^m} = 0; \\ \left. \frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\epsilon}} \right|_{\theta_c^v, \dot{\epsilon}^v} = 0; \quad \left. \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \dot{\epsilon}^2} \right|_{\theta_c^v, \dot{\epsilon}^v} = 0, \quad (6)$$

где  $\dot{\epsilon}_c^m, \dot{\epsilon}_c^v$  — абсциссы точек перегиба изотерм  $\sigma \sim \dot{\epsilon}$  соответственно при  $\theta_c^m, \theta_c^v$ .

Скоростной диапазон структурных превращений при конкретных температурах  $\theta \in ]\theta_c^m, \theta_c^v[$  установим, придерживаясь принципа Максвелла [14]. В соответствии с указанным принципом фазовые переходы имеют место при пересечении кривой равновесия компоненты максвелловского множества (рис. 1, б). График  $\sigma \sim \dot{\epsilon}$  (рис. 1, б) можно рассматривать как фрагмент фазовой диаграммы при  $\theta \in ]\theta_c^m, \theta_c^v[$ . При этом восходящие ветви участка немонотонности (1–2–3–4–5) будем считать соответствующими измельчению исходной деформированной (1–2) и формированию крупнозернистой рекристаллизованной (4–5) структур. Между ними лежит зона неустойчивости (2–3–4), отвечающая проявлению сверхпластических свойств. Скоростной интервал сверхпластичности ограничен точками бифуркации (2, 4), в которых имеют место равенства

$$\left. \frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\epsilon}} \right|_{\dot{\epsilon}=\dot{\epsilon}^l} = 0; \quad \left. \frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\epsilon}} \right|_{\dot{\epsilon}=\dot{\epsilon}^r} = 0, \quad (7)$$

где  $\dot{\epsilon}^l, \dot{\epsilon}^r$  — скорости деформации, ограничивающие диапазоны проявления сверхпластических свойств.

Аналитически принципу Максвелла для определения скоростных диапазонов структурных превращений соответствует интеграл

$$\int_{\dot{\epsilon}_c^l}^{\dot{\epsilon}_c^r} \left( \frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\epsilon}} \right)_{\theta} \dot{\epsilon} d\dot{\epsilon} = 0, \quad (8)$$

причем  $\dot{\epsilon}^l, \dot{\epsilon}^r$  — скорости деформаций, определяющие диапазон структурных превращений.

Далее полагаем, что структурная термостабильность горячедеформированных алюминиевых сплавов не зависит от степени деформации, а обусловлена лишь скоростными ограничениями. Поэтому допустимо предположить существование деформационных условий, в которых при неизменной температуре и скорости деформации форма и размеры измельченных зерен сохраняют стабильность. Следовательно, можно утверждать, что

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\epsilon}} = 0. \quad (9)$$

Итак, реализация эффекта сверхпластичности промышленных алюминиевых сплавов обусловлена факторами температуры, степени и скорости деформации, удовлетворяющими соотношениям (6)–(9). При этом начальным пунктом является выявление экспериментальным путем неустойчивых изотерм  $\sigma \sim \dot{\epsilon}$  и, как следствие, критических температур  $\theta_c^m, \theta_c^v$ . Скоростной диапазон структурных превращений не следует отождествлять со скоростным интервалом сверхпластичности, поскольку при  $\dot{\epsilon} \in ]\dot{\epsilon}_c^l, \dot{\epsilon}^l[$  и  $\dot{\epsilon} \in ]\dot{\epsilon}^r, \dot{\epsilon}_c^r[$  имеют место метастабильные состояния.

Термомеханические режимы сверхпластичности исследованных алюминиевых сплавов приведены в таблице.

Теперь понятно, что сверхпластичность может быть интерпретирована как явление, которое происходит в условиях неравновесной (возбужденной) динамической структуры с возникновением аморфного состояния границ, стимулирующего зернограничное проскальзывание. Макропроявление структурной неравновесности заключается в возникновении неоднозначности напряжения течения по отношению к скорости деформации и температуре и, естественно, в появлении особых точек, соответствующих границам устойчивости. Напомним, что структурные изменения носят необратимый характер.

Классическое описание фазовых переходов в рамках детерминированного подхода предусматривает введение семейства потенциальных функций  $\Phi(\eta, \beta)$ , зависящих от параметров  $\eta$

**Термомеханические параметры сверхпластических промышленных алюминиевых сплавов**

Марка сплава	Исходное состояние	Параметры деформации					
		Растяжение			Сжатие		
		θ, К	ε̇, с <sup>-1</sup>	Состояние после воздействия	θ, К	ε̇, с <sup>-1</sup>	Состояние после воздействия
АМг5	Деформированный	743–783	10 <sup>-3</sup>	СП	743–783	10 <sup>-2</sup> –10 <sup>-1</sup>	СП
1561 (АМг61)	Деформированный	743–783	10 <sup>-3</sup>	СП	–	–	нет
1561 (АМг61)	Литой	–	–	нет	753–793	10 <sup>-2</sup>	СП
Д18Т	Деформированный	783–833	10 <sup>-3</sup>	СП	783–833	10 <sup>-2</sup>	СП
В48	Деформированный	–	–	нет	813–853	10 <sup>-2</sup>	СП
В95	Деформированный	–	–	нет	733–793	10 <sup>-2</sup>	СП
АК4	Деформированный	753–793	10 <sup>-3</sup>	СП	753–793	10 <sup>-2</sup>	СП
АК6	Деформированный	–	–	нет	723–763	10 <sup>-2</sup>	СП
АК8	Деформированный	723–763	10 <sup>-3</sup>	СП	723–763	10 <sup>-2</sup>	СП

В колонке ε̇, с<sup>-1</sup> приведены порядки скоростей деформаций по модулю; символ «СП» означает наличие сверхпластического состояния материала.

(параметр порядка) и β (управляющий параметр). Из условия качественной идентичности экспериментальным данным выбираем потенциальную функцию в форме катастрофы сборки [14] с учетом влияния внешнего поля:

$$\Phi(\eta, \beta) = \frac{1}{4}m_0\eta^4 + \frac{1}{2}\beta(\xi)\eta^2 - q\eta. \quad (10)$$

Здесь

$$q = \frac{\sigma}{\sigma^*} - 1; \quad \eta = \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}^*} - 1; \quad \xi = \frac{\theta - \theta_c^m}{\theta_c^v - \theta_c^m}, \quad (11)$$

где  $m_0 \sim \text{const}$ ,  $\beta = \beta(\xi)$  — функция температуры.

Итак, стандартной редукцией (11) вводится связь описания процесса деформации с теорией катастроф. Поскольку  $\eta = \eta(\dot{\epsilon}, \theta)$ , то параметр порядка должен анализироваться как коллективная мода.

Из (11) следует, что  $\sigma^* = \sigma^*(\theta)$ ,  $\dot{\epsilon}^* = \dot{\epsilon}^*(\theta)$ , отвечающие точкам перегиба изотерм  $\sigma \sim \dot{\epsilon}$  (см. рис. 1, а), могут рассматриваться как альтернативные внутренние параметры состояния. Укажем, что

$$\dot{\epsilon}_c^m = \dot{\epsilon}^*(\theta^m); \quad \dot{\epsilon}_c^v = \dot{\epsilon}^*(\theta^v). \quad (12)$$

Состоянию равновесия отвечает уравнение, полученное минимизацией (10) по параметру порядка:

$$q = m_0\eta^3 + \beta\eta. \quad (13)$$

В рамках представлений о функции (10) как о морсовской [14] можно утверждать, что при  $\beta > 0$  ( $\theta \in ]0, 1[$ ) изменения структурного характера в деформируемом материале не происходят. Условие  $\beta < 0$  ( $\theta \in ]0, 1[$ ) соответствует структурно неустойчивому состоянию среды. В переходных состояниях имеет место равенство  $\beta = 0$ .

Качественная картина, отражающая влияние знака управляющего параметра β на характер кривых  $q \sim \eta$ , представлена на рис. 2.

Значения параметров порядка  $\eta_{1,2}$  и, следовательно, скоростей деформаций, ограничивающих при  $\theta \in ]0, 1[$  область структурных изменений, найдем из условия (8), которое заменой (11) трансформируется в равенство  $q = 0$ . С учетом (11), (13) получим

$$\eta_{1,2} = \pm \left( -\frac{\beta}{m_0} \right)^{1/2}; \quad \dot{\epsilon}_c^{m,v} = \dot{\epsilon}^* \left[ 1 \pm \left( -\frac{\beta}{m_0} \right)^{1/2} \right]. \quad (14)$$

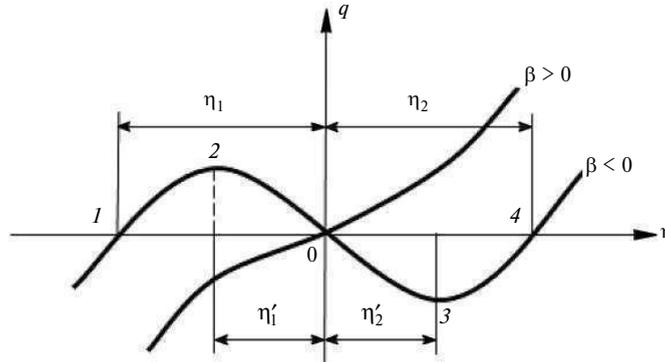


Рис. 2. Влияние знака управляющего параметра  $\beta$  на характер кривых  $q \sim \eta$

Ограничения по параметрам порядка  $\eta'_{1,2}$  и скоростям деформации на диапазон проявления сверхпластических свойств установим из (7), (11). Имеем

$$\eta'_{1,2} = \pm \left( -\frac{\beta}{3m_0} \right)^{1/2}; \quad \dot{\epsilon}^{lr} = \dot{\epsilon}^* \left[ 1 \pm \left( -\frac{\beta}{3m_0} \right)^{1/2} \right]. \quad (15)$$

Теперь очевидно, что при деформации реализуется процесс самоорганизации через изменение управляющих параметров [7]. Действительно, алюминиевые сплавы переходят из исходного состояния в рекристаллизованное через сильные структурные флуктуации, ответственность за описание которых возлагается на управляющий параметр  $\beta$ .

Отметим, что уравнение (13) отвечает условиям осуществления эффекта сверхпластичности (6).

Поскольку управляющий параметр  $\beta$  введен не зависящим от времени, то для описания его эволюции можно привлечь кинетическое уравнение вида

$$\frac{d\beta}{dt} = \xi f(\beta), \quad (16)$$

где  $\xi$  — скорость изменения нормированной температуры.

Будем считать  $f(\beta)$  функцией, характеризующей чувствительность материала к структурным превращениям. Вне интервала указанных превращений функция  $f(\beta)$  меняется слабо, но резко возрастает при  $\theta \in ]0, 1[$ . Кроме того, при  $\theta \notin ]0, 1[$  имеем  $f'_i(\beta) < 0$  и  $f'_i(\beta) > 0$  —

при  $\theta \in ]0, 1[$ . В критических точках  $f'(\beta) = 0$ . Далее полагаем, что  $f(\beta)|_{\xi < 1/2} < 0$ ;  $f(\beta)|_{\xi = 1/2} = 0$ ;  $f(\beta)|_{\xi > 1/2} > 0$ , причем значение  $\xi = 1/2$  соответствует середине температурного интервала сверхпластичности.

Пусть при некотором значении  $\beta = \beta_0$  имеем  $\sigma^* = \sigma^*(\beta_0)$ . Допустим, что с ростом температуры управление  $\beta$  снижается на величину  $d\beta$ , а параметр  $\sigma^*$  откликается изменением на величину, пропорциональную  $d\beta$ . Поэтому положим

$$d\sigma^* = \sigma^* K(\beta - \beta_0) d\beta, \quad (17)$$

где  $K(\beta - \beta_0)$  — ядро, убывающее с уменьшением разности  $(\beta - \beta_0)$ , причем  $\beta_0 = \beta|_{\xi = 1/2}$  — фиксированное минимальное значение, отвечающее середине термического диапазона сверхпластичности.

Решение уравнения (17) имеет вид

$$\sigma^* = \sigma^*(\beta_0) Q(\beta), \quad (18)$$

где

$$Q(\beta) = \exp \int_{\beta_0}^{\beta} K(\beta - \beta_0) d\beta. \quad (19)$$

Уравнение (18) с учетом (19) легко приводится к следующей форме:

$$\ln \frac{\sigma^*}{\sigma^*(\beta_0)} = \int_{\beta_0}^{\beta} K(\beta - \beta_0) d\beta. \quad (20)$$

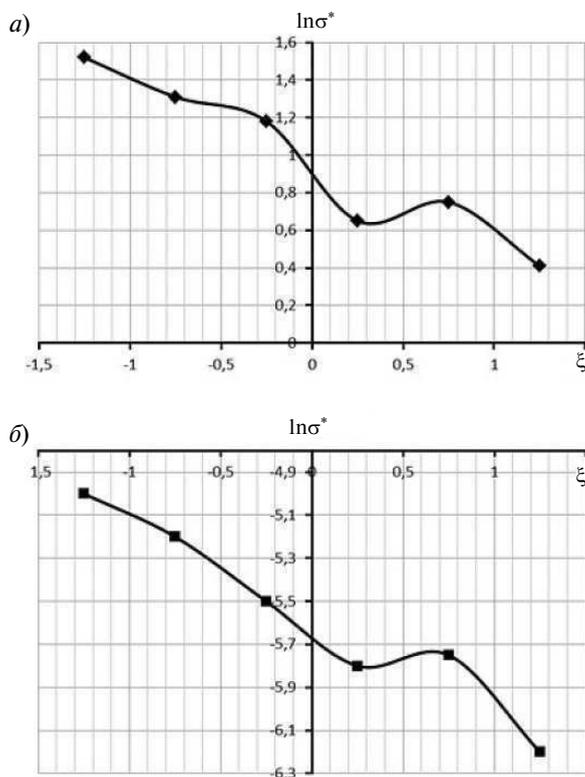


Рис. 3. Экспериментальные зависимости  $\ln \sigma^* \sim \xi$ ,  $\ln \epsilon^* \sim \xi$  для алюминиевого сплава АМг5

В соответствии с экспериментальными данными (рис. 3, а) ядро оператора (20) может быть представлено выражением

$$K(\beta - \beta_0) = A \exp(n(\beta - \beta_0)), \quad (21)$$

$A, n$  — постоянные материала.

На рис. 3, а, б представлены установленные из опытов зависимости  $\ln \sigma^* \sim \xi$ ,  $\ln \epsilon^* \sim \xi$

для алюминиевого сплава АМг5. Качественная картина поведения этих функций не изменится и для других исследованных сплавов.

Теперь на основании (20), (21) будем иметь

$$\ln \frac{\sigma^*}{\sigma^*(\beta_0)} = A_0 \exp(n(\beta - \beta_0)), \quad (22)$$

причем

$$A_0 = A / n. \quad (23)$$

Продифференцировав (22) по времени, получим уравнение, отражающее эволюцию внутреннего параметра состояния  $\sigma^*$ :

$$\frac{d \ln \sigma^*}{dt} = A_0 \exp(n(\beta - \beta_0)) \frac{d\beta}{dt}. \quad (24)$$

По аналогии с (24) для функции  $\epsilon^* = \epsilon^*(\xi)$  (рис. 3, б) можем записать

$$\frac{d \ln \epsilon^*}{dt} = B_0 \exp(k(\beta - \beta_0)) \frac{d\beta}{dt}. \quad (25)$$

Здесь  $A_0, B_0, n, k$  — константы материала.

Таким образом, предложена модель, связывающая напряжение, температуру и кинематические переменные для случаев простого растяжения и сжатия, включая диапазоны сверхпластичности. При этом уравнение состояния записано в конечной форме (13), (11) и дополнено эволюционными уравнениями для управляющего параметра (16) и внутренних параметров состояния (24), (25). Указанные соотношения пригодны для описания закономерностей деформирования при наличии явного выражения функции чувствительности материала к структурным превращениям.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Pearson, С.В. The viscous properties of extruded eutectic alloys of lead-tin and bithmus-tin [Текст] / С.В. Pearson // J. Inst. metals.— 1934. Vol. 54.— P. 111.
2. Кайбышев, О.А. Сверхпластичность промышленных сплавов [Текст] / О.А. Кайбышев.— М.: Металлургия, 1984.— 264 с.
3. Новиков, И.И. Сверхпластичность сплавов с ультрамелким зерном [Текст] / И.И. Новиков, В.К. Портной— М.: Металлургия, 1981.— 230 с.
4. Рудаев, Я.И. Введение в механику динамической сверхпластичности [Текст] / Я.И. Рудаев.— Бишкек: КРСУ, 2003.— 134 с.
5. Рудской, А.И. Механика динамической сверхпластичности алюминиевых сплавов [Текст] / А.И. Рудской, Я.И. Рудаев.— СПб.: Наука, 2009.— 218 с.
6. Хайтун, С.Д. Механика и необратимость [Текст] / С.Д. Хайтун.— М.: Янус, 1996.— 448 с.
7. Хакен, Г. Синергетика: иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах [Текст] / С.Д. Хайтун.— М.: Мир, 1985.— 423 с.
8. Громов, В.Г. О макроскопическом описании явления сверхпластичности [Текст] / В.Г. Громов // Тез. докл. IV Всесоюз. научно-технич. конф. «Сверхпластичность металлов». Ч. 1.— Уфа, 1989.— С. 20.

9. Рудаев, Я.И. К вопросу о математическом моделировании сверхпластического одноосного растяжения [Текст] / Я.И. Рудаев, Д.И. Чашников // Судостроительная промышленность. Сер.: материаловедение.— 1989. Вып. 12.— С. 41–48.

10. Иванова, В.С. Механические свойства металлов и сплавов с позиций синергетики [Текст] / В.С. Иванова, Г.В. Встовский // Итоги науки и техники, материаловедение и термическая обработка.— М.:ВИНИТИ, 1990.— Т. 24.— С. 43–98.

11. Пресняков, А.А. О природе сверхпластического течения [Текст] / А.А. Пресняков // Тез. докл. III Всесоюз. научн.-технич. конф. «Сверхпластичность металлов». Ч. 1.— Тула, 1986.— С. 4–5.

12. Кувшинов, Г.А. Об оптимальной температуре сверхпластичности [Текст] / Г.А. Кувшинов, И.И. Новиков // Теплофизика конденсированных сред.— М.: Наука, 1985.— С. 41–43.

13. Рудаев, Я.И. О фазовых переходах в сверхпластичности [Текст] / Я.И. Рудаев // Проблемы прочности.— 1990. №10.— С. 50–54.

14. Гилмор, Р. Прикладная теория катастроф [Текст] / Р. Гилмор.— М.: Мир, 1984. Ч.1.— 285 с.

15. Вайнблат, Ю.М. Динамическая рекристаллизация алюминиевых сплавов [Текст] / Ю.М. Вайнблат, Н.А. Шаршагин // Цветные металлы.— 1984. №2.— С. 67–70.

## REFERENCES

1. Pearson C.B. The viscous properties of extruded eutectic alloys of lead-tin and bismuth-tin [Text] // J.Inst. metals.— 1934. Vol. 54.— P. 111.

2. Kaibyshev O.A. Superplasticity of industrial alloys [Tekst].— Moscow: Metallurgy, 1984.— 264 p. (rus.)

3. Novikov I.I., Portnoiy V.R. Superplasticity of alloys with an ultrafine grain [Tekst].— Moscow: Metallurgy, 1981.— 230 p. (rus.)

4. Rudaev Ya.I. Introduction in mechanics of dynamic superplasticity [Tekst].— Bishkek: KRSU, 2003.— 134 p. (rus.)

5. Rudskoy A.I., Rudaev Ya.I. Mechanics of dynamic superplasticity of aluminum alloys [Tekst].— St.Petersburg: Nauka, 2009.— 218 p. (rus.)

6. Haytun S.D. Mechanics and irreversibility [Tekst].— Moscow: Janus, 1996.— 448 p. (rus.)

7. Haken G. Synergetics: hierarchy of not stability in self-organizing systems and structures [Tekst].— Moscow: Mir, 1985.— 423 p. (rus.)

8. Gromov V.G. About the macroscopic description of the phenomenon of superplasticity [Tekst] // Proc. of IV all-Union scientific and technical conference «Superplasticity of metals».— Ufa, 1989.— Vol. 1.— P. 20. (rus.)

9. Rudaev Ya.I., Chashnikov D.I. To a question of mathematical modeling of superplastic monoaxial tension [Tekst] // Ship-building industry: Materials science.— 1989. Vol. 12.— P. 41–48. (rus.)

10. Ivanova V.S., Vstovsky G.V. Mechanical properties of metals and alloys from positions of synergetics [Tekst] // Results science and technology: Materials science and heat treatment.— 1990. Vol. 24.— P. 43–98. (rus.)

11. Presnyakov A.A. About the substance of superplasticity [Tekst] // Proc. of III all-Union scientific and technical conference «Superplasticity of metals».— Tula, 1986.— Vol. 1.— P. 4–5. (rus.)

12. Kuvshinov G.A., Novikov I.I. About the optimum temperature of superplasticity [Tekst] // Thermophysics of the condensed states.— 1985.— P. 41–43. (rus.)

13. Rudaev Ya.I. About phase transitions in superplasticity [Tekst] // Strenght Problems.— 1990. № 10.— P. 50–54. (rus.)

14. Gilmore R. The applied theory of catastrophe. Vol. 1 [Tekst].— Moscow: Mir, 1984.— 285 p. (rus.)

15. Vaynblat Yu.M., Sharshagin N.A. Dynamic recrystallization of aluminum alloys [Tekst] // Non-ferrous metals.— 1984. № 2.— P. 67–70. (rus.)

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

**КИТАЕВА Дарья Анатольевна** — кандидат физико-математических наук доцент кафедры сопротивления материалов Санкт-Петербургского государственного политехнического университета; 195251, ул. Политехническая, 29, Санкт-Петербург, Россия; e-mail: dkitaeva@mail.ru

**РУДАЕВ Яков Исаакович** — доктор физико-математических наук заведующий кафедрой механики Кыргызско-Российского Славянского университета; 720000, ул. Киевская, 44, Бишкек, Кыргызстан; e-mail: rudaev36@mail.ru

## AUTHORS

**КИТАЕВА Daria A.** — St. Petersburg State Polytechnical University; 195251, Politekhnikeskaya Str. 29, St. Petersburg, Russia; e-mail: dkitaeva@mail.ru

**RUDAEV Yakov I.** — Kyrgyz-Russian Slavic University; 720000, Kievskaya Str. 44, Bishkek, Kyrgyzstan; e-mail: rudaev36@mail.ru