

УДК 621.311

А.Ю. Васильев, В.Н. Козлов

## ОБЕСПЕЧЕНИЕ УПРАВЛЯЕМОСТИ И НАБЛЮДАЕМОСТИ ЭНЕРГООБЪЕДИНЕНИЙ ПРИ СИНТЕЗЕ СИСТЕМЫ ОГРАНИЧЕНИЯ ПЕРЕТОКОВ АКТИВНОЙ МОЩНОСТИ ПО ЛИНИЯМ

A.Yu. Vasiliev, V.N. Kozlov

### CONTROLLABILITY AND OBSERVABILITY OF POWER INTERCONNECTIONS FOR BOUNDED LINE ACTIVE-POWER FLOW SYSTEMS DESIGN

Рассматривается статически определимая математическая модель электроэнергетического объединения блочной структуры. Для нее доказываются необходимые условия управляемости и наблюдаемости, зависящие от параметров системы. Аналогичным образом анализируется модель сокращенного порядка и модели, построенной по взаимным углам отклонения.

ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ОБЪЕДИНЕНИЕ. УПРАВЛЯЕМОСТЬ. НАБЛЮДАЕМОСТЬ. УПРАВЛЕНИЕ АКТИВНОЙ МОЩНОСТЬЮ. МОДЕЛЬ СОКРАЩЕННОГО ПОРЯДКА.

It is considered a statically determinable power interconnection mathematical model in parametric representation. Parametric necessary conditions of controllability and observability are proven for it. Also the similar analysis is given for reduced order model and model based on mutual angle deviation.

POWER INTERCONNECTION. CONTROLLABILITY. OBSERVABILITY. ACTIVE-POWER FLOW CONTROL. REDUCED ORDER MODEL.

Для корректного решения задачи ограничения перетоков [1–3] необходимо выполнить анализ управляемости и наблюдаемости координат объекта — отклонений частот узлов и перетоков активной мощности в электроэнергетических объединениях (ЭЭО).

**Структурно-инвариантные уравнения электро-механических процессов.** Схема сети ЭЭО [4, 5] представлена на рис. 1, где изображены генерирующие узлы и линии электропередач ЭЭО.

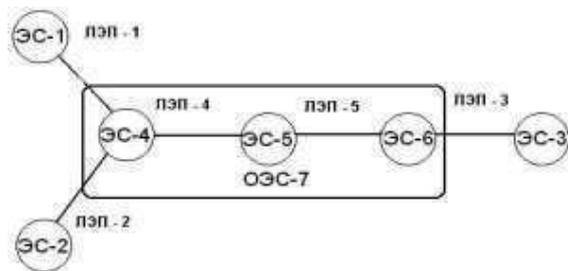


Рис. 1. Обобщенная схема Единой энергетической сети России:

ЭС-1 — ОЭС Северо-Запада; ЭС-2 — ОЭС Юга; ЭС-3 — ОЭС Дальнего Востока; ЭС-4 — ОЭС Центра; ЭС-5 — ОЭС Урала; ЭС-6 — ОЭС Сибири

Система уравнений энергоагрегатов (ЭА) ЭЭО состоит из уравнений состояний и выходов для  $i$ -го узла

$$T_{ai}^2 \dot{\omega}_i + T_{yi} \omega_i + \sum_g \rho_{ig} (\varphi_i - \varphi_g) = p_i - \mu_i;$$

$$T_{\pi i} \dot{p}_i + p_i = -k_{\omega i} \omega_i + k_{\pi i} \sigma_i;$$

$$s_i = \sum_g \rho_{ig} (\varphi_i - \varphi_g);$$

$$T_{Ci} \dot{\sigma}_i + \sigma_i = k_{Ci} u_i,$$

где  $\varphi_i$  — отклонения абсолютных углов ЭА от исходных значений;  $p_i$  — суммарное приращение мощностей ЭА;  $\mu_i$  — внеплановое изменение нагрузки  $i$ -го ЭА;  $T_{ai}^2$  — постоянная механической инерции ротора ЭА;  $T_{yi}$  — постоянная успокоения;  $\rho_{ig}$  — синхронизирующий момент (мощность) между  $i$ -м и  $g$ -м ЭА;  $T_{\pi i}$ ,  $T_{Ci}$  — постоянные времени парового объема и гидравлического усилителя ЭА;  $k_{\omega i}$  — коэффициент усиления первичного регулятора скорости турбины ЭА;  $k_{\pi i}$ ,  $k_{Ci}$  — коэффициенты передачи парово-

го объема и управлений;  $u_i$  — управления ЭА;  $\omega_i$  — отклонения частот ЭА;  $s_j$  — отклонения потоков активной мощности по линиям.

Структурно-инвариантные уравнения ЭЭО имеют вид [5, 6]

$$\begin{bmatrix} \Phi' \\ \Omega' \\ P' \\ \Sigma' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & E_{n \times n} & 0_{n \times n} & 0_{n \times n} \\ -\bar{T}_a R_p & -\bar{T}_a T_y & \bar{T}_a & 0_{n \times n} \\ 0_{n \times n} & \bar{T}_\Pi K_\Omega & -\bar{T}_\Pi & \bar{T}_\Pi K_\Pi \\ \bar{T}_C K_1 & \bar{T}_C K_2 & 0_{n \times n} & -\bar{T}_C \end{bmatrix} \times \\ \times \begin{bmatrix} \Phi \\ \Omega \\ P \\ \Sigma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ 0_{n \times n} \\ 0_{n \times n} \\ \bar{T}_C K_C \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ -\bar{T}_a \\ 0_{n \times n} \\ 0_{n \times n} \end{bmatrix} \mu; \quad (1)$$

$$s = C_0 \Phi = (s_1, \dots, s_l, \dots, s_m)^T; \quad s_l = \rho_{ik} (\varphi_i - \varphi_k).$$

Матричные параметры ЭА имеют вид:  $\bar{T}_a = (\text{diag}\{T_{ai}^2\})^{-1}$ ;  $T_y = \text{diag}\{T_{yi}\}$ ;  $\bar{T}_\Pi = (\text{diag}\{T_{\Pi i}\})^{-1}$ ;  $K_\Pi = \text{diag}\{k_{\Pi i}\}$ ;  $K_\Omega = \text{diag}\{-|k_{\omega i}|\}$ ;  $\bar{T}_C = (\text{diag}\{T_{Ci}\})^{-1}$ ;  $K_C = \text{diag}\{k_{Ci}\}$ . Для уравнений (1) имеет место статическая определимость, что обуславливает существование корректных моделей статических режимов при пропорционально-интегральном регуляторе частоты с параметрами в виде матриц  $K_1$  и  $K_2$ .

**Анализ управляемости.** Пусть число управлений и возмущений совпадает с числом узлов, тогда в (1) число координат состояния  $m$  в четыре раза превышает число входов. Анализ управляемости основан на ранговом критерии Р. Калмана

$$S_u = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{m-1}B \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где  $A$ ,  $B$  — матрицы, соответствующие представлению (1) в виде

$$x' = Ax + Bu + D\mu; \quad s = Cx.$$

Полная матрица управляемости имеет  $4n^2$  столбцов с учетом того, что число управляющих воздействий равно  $n$ . Блочная матрица управляемости имеет  $4n$  блочных столбцов, число строк для блочной и полной матриц равно  $4n$ . Тогда для анализа управляемости на первом этапе достаточно проанализировать первые  $4n$  столбцов (4 блочных столбца) матрицы (2). Если полученная совокупность столбцов имеет пол-

ный ранг, то система будет управляемой, поскольку оставшиеся  $4(n-1)$  блочных столбцов не влияют на ранг.

**Утверждение 1.** Неполная квадратная матрица управляемости по управляющим воздействиям для ЭЭО (1) выглядит так:

$$S_u^{1-4} = \begin{bmatrix} S_u^1 & S_u^2 & S_u^3 & S_u^4 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где отдельные блочные столбцы имеют вид

$$S_u^1 = B_u = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ 0_{n \times n} \\ 0_{n \times n} \\ \bar{T}_C K_C \end{bmatrix};$$

$$S_u^2 = AB_u = AS_u^1 = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ 0_{n \times n} \\ \bar{T}_\Pi K_\Pi \bar{T}_C K_C \\ -(\bar{T}_C)^2 K_C \end{bmatrix};$$

$$S_u^3 = A^2B_u = AS_u^2 = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ \bar{T}_a \bar{T}_\Pi K_\Pi \bar{T}_C K_C \\ -\bar{T}_\Pi (\bar{T}_\Pi K_\Pi + K_\Pi \bar{T}_C) \bar{T}_C K_C \\ (\bar{T}_C)^3 K_C \end{bmatrix};$$

$$S_u^4 = A^3B_u = AS_u^3 =$$

$$\begin{bmatrix} \bar{T}_a \bar{T}_\Pi K_\Pi \bar{T}_C K_C \\ -\bar{T}_a (T_y \bar{T}_a \bar{T}_\Pi K_\Pi + \bar{T}_\Pi (\bar{T}_\Pi K_\Pi + K_\Pi \bar{T}_C)) \bar{T}_C K_C \\ \bar{T}_\Pi (K_\Omega \bar{T}_a \bar{T}_\Pi K_\Pi + \bar{T}_\Pi (\bar{T}_\Pi K_\Pi + K_\Pi \bar{T}_C) + K_\Pi (\bar{T}_C)^2) \bar{T}_C K_C \\ \bar{T}_C (K_2 \bar{T}_a \bar{T}_\Pi K_\Pi - (\bar{T}_C)^2) \bar{T}_C K_C \end{bmatrix}.$$

**Доказательство.** Неполная квадратная матрица (3) вычисляется с учетом блочной структуры матрицы объекта, поскольку все подматрицы матрицы в системе (1) являются квадратными из  $R^{n \times n}$ , где  $n$  — число узлов ЭЭО. Тогда матрица управляемости определяется вычислениями в соответствии с (2). Анализ неполной квадратной матрицы управляемости по управляющим воздействиям позволяет сформулировать теорему.

**Теорема 1.** ЭЭО вида (1) обладает свойством полной управляемости по управляющим воздействиям  $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)^T$  тогда, когда  $K_C$  является матрицей полного ранга.

**Доказательство.** Пусть исследуется неполная матрица управляемости (3) с исключенными

$4(n - 1)$  блочными столбцами. Ее ранг вычисляется по теореме Лапласа. Матрицы параметров в (1) — квадратные из  $R^{n \times n}$ , все блоки матриц А и В за исключением блока  $R_p$  — диагональные.

Исследуется неполная квадратная матрица управляемости (3), которая по виду есть блочная нижняя треугольная матрица относительно второй диагонали. Для анализа ранга по строкам допустимо представить блочную матрицу в инверсном порядке в виде блочной нижней треугольной матрицы, у которой ранг определяется блочными элементами на диагонали (второй — в исходном случае, главной — в случае допустимых перестановок). Блочные элементы диагонали неполной квадратной матрицы управляемости (3) — это произведения матриц:  $\bar{T}_C K_C$ ,  $\bar{T}_n K_n \bar{T}_C K_C$ ,  $\bar{T}_a \bar{T}_n K_n \bar{T}_C K_C$ ; последний элемент встречается два раза. Все матрицы, входящие в данные произведения, — диагональные, следовательно, блочные элементы также диагональные. В силу особенностей системы диагональные элементы матриц  $\bar{T}_C$ ,  $\bar{T}_n$ ,  $K_n$ ,  $\bar{T}_a$  не равны нулю. Таким образом, ранг этих квадратных матриц из  $R^{n \times n}$  — полный, как и ранги их произведений.

Пусть ранг матрицы  $K_C$  полный. Необходимо доказать, что система является полностью управляемой. Ранг приведенных выше блочных элементов, содержащих  $K_C$ , также будет полный. Из полноты ранга блочных элементов следует полнота ранга неполной квадратной матрицы управляемости по столбцам и строкам. Поскольку число строк неполной и полной матриц управляемости одинаково, то из полноты строчного рангового критерия для первой матрицы следует его полнота для второй. Из полноты ранга матрицы (2) при заданной матрице  $K_C$  следует полная управляемость системы (1).

**Следствие 1.** Матричные блоки  $K_1$  и  $K_2$  не влияют на свойство управляемости модели (1), т. е. свойство управляемости сохраняется при различных матричных параметрах регуляторов частоты, включая их нулевые значения. Из этого следует, что статическая неопределимость не влияет на управляемость модели (1) по управлениям для неособенной матрицы  $K_C$ .

**Следствие 2.** Матричный блок  $R_p$  также не влияет на свойство управляемости для неособенной матрицы  $K_C$ .

**Следствие 3.** Матрица  $K_C$  всегда имеет полный ранг, является диагональной и может иметь некоторые нулевые диагональные элементы. На практике последнее следствие означает отсутствие возможности управлять различными узлами. Поэтому условие теоремы 1 может иметь вид: «ЭЭО вида (1) обладает свойством полной управляемости по управлениям  $u = (u_1 \ u_2 \ \dots \ u_n)^T$  тогда, когда имеется возможность управления каждым из узлов ЭЭО».

В теореме 1 формулируется *достаточное* условие полной управляемости (1), однако для формулировки необходимого условия следует вычислить в аналитической форме все  $4n$  блочных столбцов полной матрицы управляемости (2), что является сложной задачей.

**Анализ наблюдаемости.** Матрица наблюдаемости (1) имеет вид

$$S_y = [C^T \ A^T C^T \ (A^T)^2 C^T \ \dots \ (A^T)^{m-1} C^T], \quad (4)$$

где А, С — матрицы в модели (1), а  $m$  — число состояний модели.

Для анализа наблюдаемости следует определить матрицу С, которая связывает значения отклонения углов ЭА и перетоки мощности. Число выходов ЭЭО равно числу  $k$  перетоков мощности, которое для системы (1) равно  $k = n - 1$ . Поэтому матрица С имеет вид

$$C = [C_0 \ 0_{k \times n} \ 0_{k \times n} \ 0_{k \times n}], \quad (5)$$

где  $C_0 \in R^{k \times n}$  — матрица связей между отклонениями углов и перетоками мощностей. Для схемы рис. 1 матрица связей имеет вид

$$C_0 = \begin{bmatrix} \rho_{14} & 0 & 0 & -\rho_{14} & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{24} & 0 & -\rho_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{36} & 0 & 0 & -\rho_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \rho_{45} & -\rho_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_{56} & -\rho_{56} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Данная матрица имеет полный ранг по строкам, равный  $k$ , при условии ненулевых значений параметров  $\rho_{ig}$ , что соответствует всем представленным на рис. 1 перетокам активной мощности.

Анализ наблюдаемости (1) требует формирования неполной матрицы наблюдаемости, число столбцов которой в общем случае равно или превышает число строк. Это необходимо для

того, чтобы минимальный ранг матрицы был рангом по строкам, поскольку число строк полной и неполной матрицы наблюдаемости одно и то же.

**Утверждение 2.** Матрица наблюдаемости для ЭЭО (1) имеет вид

$$S_y = [S_{y1} \ S_{y2} \ S_{y3} \ S_{y4} \ S_{y5}], \quad (7)$$

причем столбцы представляются в форме

$$S_{y1} = \begin{bmatrix} C_0^T \\ 0_{n \times k} \\ 0_{n \times k} \\ 0_{n \times k} \end{bmatrix}; S_{y2} = \begin{bmatrix} 0_{n \times k} \\ C_0^T \\ 0_{n \times k} \\ 0_{n \times k} \end{bmatrix}; S_{y3} = \begin{bmatrix} -R_p^T \bar{T}_a C_0^T \\ -T_y \bar{T}_a C_0^T \\ \bar{T}_a C_0^T \\ 0_{n \times k} \end{bmatrix};$$

$$S_{y4} = \begin{bmatrix} R_p^T \bar{T}_a T_y \bar{T}_a C_0^T \\ \varepsilon \bar{T}_a C_0^T \\ -(\bar{T}_a T_y + \bar{T}_n) \bar{T}_a C_0^T \\ -K_n \bar{T}_n \bar{T}_a C_0^T \end{bmatrix};$$

$$S_{y5} = \begin{bmatrix} -(R_p^T \bar{T}_a \varepsilon + K_1 \bar{T}_C K_n \bar{T}_n) \bar{T}_a C_0^T \\ (R_p^T \bar{T}_a T_y - T_y \bar{T}_a \varepsilon - K_\Omega \bar{T}_n (\bar{T}_a T_y + \bar{T}_n) - \\ -K_2 \bar{T}_C K_n \bar{T}_n) \bar{T}_a C_0^T \\ (\bar{T}_a \varepsilon + \bar{T}_n (\bar{T}_a T_y + \bar{T}_n)) \bar{T}_a C_0^T \\ (K_n \bar{T}_n (\bar{T}_a T_y + \bar{T}_n) + \bar{T}_C K_n \bar{T}_n) \bar{T}_a C_0^T \end{bmatrix},$$

где  $\varepsilon = (-R_p^T + T_y \bar{T}_a T_y + K_\Omega \bar{T}_n)$ .

*Доказательство.* Матрицы  $A^T, C^T$  из (4) имеют вид

$$C^T = \begin{bmatrix} C_0^T \\ 0_{n \times k} \\ 0_{n \times k} \\ 0_{n \times k} \end{bmatrix};$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & -R_p^T \bar{T}_a^T & 0_{n \times n} & K_1 \bar{T}_C^T \\ E_{n \times n} & -T_y^T \bar{T}_a^T & 2K_\Omega^T \bar{T}_n^T & K \bar{T}_C^T \\ 0_{n \times n} & \bar{T}_a^T & -\bar{T}_n^T & 0_{n \times n} \\ 0_{n \times n} & 0_{n \times n} & -K_n^T \bar{T}_n^T & -\bar{T}_C^T \end{bmatrix}.$$

Все матрицы, кроме  $R_p$ , диагональные, поэтому

$$\bar{T}_a^T = \bar{T}_a; \quad \bar{T}_C^T = \bar{T}_C; \quad \bar{T}_n^T = \bar{T}_n; \quad T_y^T = T_y;$$

$$K_\Omega^T = K_\Omega; \quad K_n^T = K_n; \quad K_1^T = K_1.$$

Далее доказательство утверждения совпадает с доказательством утверждения 1. Отличие состоит в использовании (4) вместо (2). Полученный результат позволяет сформулировать теорему.

**Теорема 2.** Система (1) полностью наблюдаема тогда, когда матрица  $C_0^T$  имеет полный ранг по столбцам.

*Доказательство.* Пусть ранг матрицы  $C_0^T$  — полный по столбцам. Необходимо доказать, что система является полностью наблюдаемой. Как и в теореме 1, ранг результирующей неполной матрицы наблюдаемости определяется по строкам. Все матричные параметры модели (1) — это квадратные матричные блоки из  $R^{n \times n}$ , а все матричные блоки матрицы  $A$  (кроме  $R_p$ ) — диагональные.

Представленное в (7) расположение «аналитических нулей» позволяет утверждать, что строки неполной матрицы невозможно выразить друг через друга, если полный ранг имеют следующие блочные элементы:  $C_0^T$ ,  $\bar{T}_a C_0^T$ ,  $-K_n \bar{T}_n \bar{T}_a C_0^T$ . Полный ранг первого из этих блоков, соответствующего первым двум блочным столбцам (7), предполагается по условию. Левые множители  $-\bar{T}_a$  и  $(-K_n \bar{T}_n \bar{T}_a)$  — двух других блоков являются диагональными матрицами, все диагональные элементы которых в силу особенностей системы не равны нулю. В качестве аналога этих множителей можно выбрать матрицу  $A = \text{diag}(\alpha_i)$ ,  $\alpha_i \neq 0$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Тогда  $AC_0^T$ , где  $C_0$  типа (6),  $n = 6$ , для (1) примет вид

$$AC_0^T = \begin{bmatrix} \alpha_1 \rho_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \rho_{24} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 \rho_{36} & 0 & 0 \\ -\alpha_4 \rho_{14} & -\alpha_4 \rho_{24} & 0 & \alpha_4 \rho_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_5 \rho_{45} & \alpha_5 \rho_{56} \\ 0 & 0 & -\alpha_6 \rho_{36} & 0 & -\alpha_6 \rho_{56} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Очевидно, что согласно (6) и (8)  $AC_0^T$  и  $C_0^T$  имеют одни совпадающие нулевые элементы, а соответственно, ненулевые элементы этих матриц располагаются на соответствующих местах. Отсюда следует, что ранг матриц типа  $AC_0^T$  —

полный по столбцам в случаях, когда полный ранг по столбцам имеет матрица  $C_0^T$ , что гарантируется условием.

Таким образом, все требуемые блочные элементы неполной матрицы наблюдаемости (7) имеют полный ранг по столбцам, поскольку блочные строки (7) невозможно представить в виде линейной комбинации других, равно как и элементы внутри каждого из блоков строк в силу особой структуры матрицы  $C_0^T$ . Поэтому все строки матрицы (7) линейно независимы. Из этого следует полный ранг по строкам как неполной матрицы наблюдаемости, так и полной. Это приводит к утверждению о полной наблюдаемости системы (1), как только  $C_0^T$  имеет полный ранг по столбцам.

**Следствие 4.** Важным следствием из теоремы является эквивалентность двух формулировок: «имеется возможность осуществить передачу мощности между любыми двумя узлами ЭЭО прямо или посредством других узлов» и «матрица  $C_0^T$  имеет полный ранг по столбцам». Действительно, полнота ранга означает, что каждый узел связан хотя бы с одним другим узлом, и, таким образом, можно для любых двух узлов определить «цепь передачи» мощности, включающую одну или несколько линий, осуществляющих перетоки активной мощности.

Теорема определяет только *достаточное* условие наблюдаемости. Чтобы доказать необходимое условие, требуется исследовать полную матрицу наблюдаемости, состоящую из  $4n$  блочных столбцов, которые имеют размер  $k$  по числу выходных сигналов.

**Анализ модели сокращенного порядка [7, 8].** Предполагая квазистатическое поведение ЭЭО (1) [9, 10], т. е. выполнение условий о том, что изменению подвергаются только частоты  $\omega_i$  и углы  $\varphi_i$ , а другие координаты состояния неизменны, модель (1) можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \Phi' \\ \Omega' \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & E_{n \times n} \\ \bar{T}_a(-R_p + K_{II}K_1) & \bar{T}_a(-T_y + K_{\Omega} + K_{II}K_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi \\ \Omega \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ -\bar{T}_a K_{II} K_C \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ -\bar{T}_a \end{bmatrix} \mu; \quad s = [C_0 \quad 0_{k \times n}] \begin{bmatrix} \Phi \\ \Omega \end{bmatrix}. \quad (9) \end{aligned}$$

Для квазистатической модели (9) справедливости теоремы 1 и 2 о необходимых условиях управляемости и наблюдаемости, и с ее помощью можно перейти от модели для отклонений абсолютных углов и значений активной мощности к модели для взаимных углов  $\Phi_{kl} = \Phi_l - \Phi_k$  относительного первого ЭА и значений перетоков активной мощности  $s_{kl} = s_l - s_k$ , а это необходимо для задачи идентификации.

Для этого необходимо ввести переходную матрицу  $I$  и матрицу  $P$  связей между взаимными углами и перетоками активной мощности:

$$\begin{aligned} \tilde{I} &= \begin{bmatrix} I & 0_{n \times n} \\ 0_{n \times n} & I \end{bmatrix}, \\ I &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \\ P &= \begin{bmatrix} 0 & \rho_{13} & 0 & 0 & 0 \\ -\rho_{23} & \rho_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\rho_{34} & \rho_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\rho_{45} & \rho_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\rho_{56} & \rho_{56} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Тогда модель (9) примет искомый вид

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}' \\ \tilde{\Omega}' \end{bmatrix} = \\ & \tilde{I}^{-1} \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & E_{n \times n} \\ \bar{T}_a(-R_p + K_{II}K_1) & \bar{T}_a(-T_y + K_{\Omega} + K_{II}K_2) \end{bmatrix}; \\ & \tilde{I} \begin{bmatrix} \tilde{\Phi} \\ \tilde{\Omega} \end{bmatrix} + \\ & + \tilde{I}^{-1} \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ -\bar{T}_a K_{II} K_C \end{bmatrix} u + \tilde{I}^{-1} \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ -\bar{T}_a \end{bmatrix} \mu; \\ & s = [P \quad 0_{m \times n}] \begin{bmatrix} \tilde{\Phi} \\ \tilde{\Omega} \end{bmatrix}. \quad (10) \end{aligned}$$

Для (10) также справедливы теоремы 1 и 2, поскольку эта модель эквивалентна (9) с точностью до неособенного преобразования подобия.

Таким образом, в работе показано, что математическая модель ЭЭО полностью управляема по управляющим воздействиям и наблюдаема в случае полноты ранга матриц  $K_C$  и  $C_0^T$  по

строкам. Осуществлен переход к модели, построенной на взаимных углах отклонения, и для нее определены свойства управляемости и наблюдаемости.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Андерсон, П.** Управление энергосистемами и устойчивость [Текст] / П. Андерсон, А. Фуад; Пер. с англ.— М.: Энергия, 1980.— 568 с.
2. **Веников, В.А.** Переходные процессы в электрических системах [Текст] / В.А. Веников, Л.А. Жуков.— М.: Госэнергоиздат, 1953.— 233 с.
3. **Стернинсон, Л.Д.** Переходные процессы при регулировании частоты и мощности в энергосистемах [Текст] / Л.Д. Стернинсон.— М.: Энергия, 1975.— 216 с.
4. **Козлов, В.Н.** Управление частотой и потоками активной мощности электроэнергетических объединений с учетом энергетической безопасности [Текст] / В.Н. Козлов // Изв. РАН. Энергетика.— 2012. № 3.— С. 128–143.
5. **Козлов, В.Н.** Функциональный анализ (с приложениями в энергетике) [Текст] / В.Н. Козлов.— СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2012.— 390 с.
6. **Козлов, В.Н.** Негладкие системы, операторы оптимизации и устойчивость энергообъединений [Текст] / В.Н. Козлов.— СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2012.
7. **Васильев, А.Ю.** Редукция многомерных систем на основе распределения весов входных и выходных сигналов [Текст] / А.Ю. Васильев // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Информатика. Телекоммуникации. Управление.— 2011. № 2(120).— С. 118–123.
8. **Васильев, А.Ю.** Синтез регуляторов по выходу для линейных объектов [Текст] / А.Ю. Васильев, В.Е. Куприянов // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Информатика. Телекоммуникации. Управление.— 2011. № 6(138), Т. 1.— С. 170–172.
9. **Воропай, Н.И.** Упрощение математических моделей динамики электроэнергетических систем [Текст] / Н.И. Воропай.— Новосибирск: Наука, 1981.— 112 с.
10. **Щедрин, Н.Н.** Упрощение электрических систем при моделировании [Текст] / Н.Н. Щедрин.— М.-Л.: Энергия, 1966.— 160 с.

### REFERENCES

1. **Anderson P., Fuad A.** Upravlenie energosistemami i ustoichivost' [Tekst] / Per. s angl.— M.: Energiia, 1980.— 568 s. (rus.)
2. **Venikov V.A., Zhukov L.A.** Perekhodnye protsessy v elektricheskikh sistemakh [Tekst].— M.: Gosenergoizdat, 1953.— 233 s. (rus.)
3. **Sterninson L.D.** Perekhodnye protsessy pri regulirovani i chastoty i moshchnosti v energosistemakh [Tekst].— M.: Energiia, 1975.— 216 s. (rus.)
4. **Kozlov V.N.** Upravleniye chastotoy i peretokami aktivnoy moshchnosti elektroenergeticheskikh obyedineniy s uchetom energeticheskoy bezopasnosti [Tekst] // Izv. RAN. Energetika.— 2012. № 3.— S. 128–143. (rus.)
5. **Kozlov V.N.** Funktsional'nyi analiz (s prilozheniyami v energetike) [Tekst].— SPb.: Izd-vo Politekhn. un-ta, 2012.— 390 s. (rus.)
6. **Kozlov V.N.** Negladkie sistemy, operatory optimizatsii i ustoichivost' energoob'edineniy [Tekst].— SPb.: Izd-vo Politekhn. un-ta, 2012. (rus.)
7. **Vasil'ev A.Yu.** Reduktsiia mnogomernykh sistem na osnove raspredeleniia vesov vkhodnykh i vykhodnykh signalov [Tekst] // Nauchno-tekhnicheskie vedomosti Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo politekhnicheskogo universiteta. Informatika. Telekommunikatsii. Upravlenie.— 2011 № 2(120).— S. 118–123. (rus.)
8. **Vasil'ev A. Yu., Kupriianov V.E.** Sintez regulatorov po vykhodu dlia lineinykh ob'ektov [Tekst] // Nauchno-tekhnicheskie vedomosti Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo politekhnicheskogo universiteta. Informatika. Telekommunikatsii. Upravlenie.— 2011. № 6(138), T. 1.— S. 170–172. (rus.)
9. **Voropai N.I.** Uproshchenie matematicheskikh modelei dinamiki elektroenergeticheskikh sistem [Tekst].— Novosibirsk: Nauka, 1981.— 112 s. (rus.)
10. **Shchedrin N.N.** Uproshchenie elektricheskikh sistem pri modelirovani i [Tekst].— M.-L.: Energiia, 1966.— 160 s. (rus.)

### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**КОЗЛОВ Владимир Николаевич** — доктор технических наук профессор заведующий кафедрой системного анализа и управления Санкт-Петербургского государственного политехнического университета; 195251, ул. Политехническая, 29, Санкт-Петербург, Россия; e-mail: umo@citadel.stu.neva.ru

**ВАСИЛЬЕВ Андрей Юрьевич** — аспирант кафедры системного анализа и управления Санкт-Петербургского государственного политехнического университета; 195251, ул. Политехническая, 29, Санкт-Петербург, Россия; e-mail: vasyliev.tau@gmail.com

### AUTHORS

**KOZLOV Vladimir N.** — St. Petersburg State Polytechnical University; 195251, Politekhnicheskaya Str. 29, St. Petersburg, Russia; e-mail: umo@citadel.stu.neva.ru

**VASILIEV Andrei Yu.** — St. Petersburg State Polytechnical University; 195251, Politekhnicheskaya Str. 29, St. Petersburg, Russia; e-mail: vasyliev.tau@gmail.com