

УДК 678.6

*С.Н. Яковлев*

## **РАСЧЕТ ПОЛИУРЕТАНОВЫХ ДЕТАЛЕЙ, РАБОТАЮЩИХ НА СЖАТИЕ ПРИ СТАТИЧЕСКОЙ НАГРУЗКЕ**

*S.N. Yakovlev*

### **CALCULATION OF POLYURETHANE DETAILS WHICH ARE WORKING ON SHRINKAGE UNDER STATIC LOAD**

Получена эмпирическая зависимость для определения деформативности цилиндрических образцов произвольной формы с различными краевыми эффектами. Приведены значения допускаемых напряжений сжатия для различных видов нагружения — статического, разового динамического и постоянного динамического.

ПОЛИУРЕТАН; КРАЕВОЙ ЭФФЕКТ; КОЭФФИЦИЕНТ ФОРМЫ; УСТОЙЧИВОСТЬ; ОСОБЕННОСТИ КОНСТРУИРОВАНИЯ; ДОПУСКАЕМЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ СЖАТИЯ.

Empirical dependence for determination of deformation of cylindrical specimen with derived form and different edge effects is given. Values of allowable stress of shrinkage for static, single dynamic and constant dynamic loading are presented.

POLYURETHANE; EDGE EFFECT; FORM COEFFICIENT; STABILITY; CONSTRUCTION IDENTITY; ALLOWABLE STRESS OF SHRINKAGE.

Начиная с середины прошлого века в передовых промышленно развитых странах резина во многих технических приложениях стала вытесняться полиуретанами, имеющими важные конструктивные, технологические и эксплуатационные преимущества [1–3].

В числе главных задач конструирования деталей машин — как известно, определение таких размеров, при которых они были бы прочны и экономичны. Требования прочности и экономичности деталей в известном смысле противостоят друг другу, так как обеспечение прочности требует увеличения размеров деталей, а это приводит к увеличению их стоимости и снижению экономичности конструкции. Поэтому важнейшая задача расчета деталей машин — определить оптимальные размеры детали, при которых обеспечены условия прочности без излишних запасов, т. е. соблюдены условия экономии.

Помимо прочности, к деталям машин предъявляется требование длительной работоспособности и высокой надежности под действием приложенных нагрузок. Это требование особенно важно для деталей из полиуретана, работа которых обычно происходит при значительных статических и динамических нагрузках, вызывающих большие деформации. Сохранение деталями первоначальных размеров, формы и упругих характеристик приобретает в этих условиях первостепенное значение.

Детали машин должны быть совершенной формы, которая обеспечивает наиболее высокую технологичность их производства и монтажа. Они должны иметь минимальный вес и быть изготовленными из наименее дорогих материалов.

Перечисленные основные требования к деталям машин могут быть удовлетворены только при наличии методики расчета, основанной на

достоверном учете физико-механических свойств материала, величины и характера действующей нагрузки.

### Методика исследования и материалы

Нагрузки, действующие на детали машин в процессе работы, можно разделить на статические и динамические.

Расчет деталей машин, работающих при статических нагрузках, в силу специфических свойств полиуретана как материала, обладающего значительным внутренним сопротивлением, существенно отличается от расчета деталей, работающих при динамических нагрузках. Это отличие заключается прежде всего в том, что полиуретановые детали вследствие высокой эластичности материала могут допускать значительные относительные деформации, достигающие в отдельных случаях 100 %, с полным восстановлением после этого геометрической формы и размеров, если прикладываемая нагрузка имеет статический, медленно изменяющийся характер или если динамическая нагрузка носит разовый характер, когда динамические нагружения следуют одно за другим с известными перерывами по времени.

Сжатие — основной вид деформации, при которой работает большинство полиуретановых и полиуретано-металлических деталей машин. При этом они, как правило, имеют цилиндрическую, прямоугольную или — значительно реже — коническую форму.

Расчет деталей машин, работающих на сжатие, заключается в определении зависимости деформации детали от приложенной нагрузки.

Теоретически строгое и точное решение задачи по определению характеристик упругости полиуретановых деталей машин, работающих на сжатие, можно получить методами теории упругости. Классическая линейная теория упругости разрабатывалась преимущественно для материалов, допускающих большие напряжения при малых деформациях, в основном для металлов. При этом, наряду с другими гипотезами, в линейной теории упругости в качестве исходных гипотез принимаются две следующие: между деформациями и напряжениями существует линейная зависимость; относительные деформации в материале пренебрежимо малы по сравнению с единицей.

В задачах о нагружении и деформациях полиуретана относительные деформации нельзя считать пренебрежимо малыми по сравнению с единицей; во многих случаях нельзя также считать линейной зависимость между деформациями и напряжениями. Для строгого аналитического решения задачи о нагружении и деформации необходимо использовать методы нелинейной теории упругости. Эти методы несравнимо сложнее методов линейной теории упругости и разработаны на сегодняшний день совершенно недостаточно.

В дальнейшем нам необходимо предложить достаточно простые приближенные формулы для инженерных расчетов полиуретановых деталей при статическом сжатии, которые давали бы результаты, согласующиеся с экспериментальными данными.

Основным физико-механическим параметром, определяющим деформативности полиуретановых деталей как при статическом, так и динамическом нагружении, является согласно [4, 5] модуль упругости. В отличие от металлов, для которых модуль упругости почти не изменяется, модуль упругости полиуретана при сжатии зависит от формы, размеров и сложного напряженного состояния полиуретанового массива.

Полиуретан как эластомер при испытаниях на сжатие показывает линейную зависимость между напряжением и деформацией в весьма небольших пределах начальных деформаций.

В целом у полиуретана зависимость «напряжение — деформация» нелинейная [6–9] и обычно не монотонна. Следовательно, не подчиняющийся закону Гука полиуретан нельзя охарактеризовать одним постоянным значением модуля упругости при сжатии, рассчитываемым как отношение напряжения к деформации. На нелинейном участке модуль упругости материала можно определить в дифференциальной форме как отношение приращения нагрузки к приращению деформации.

Для изучения вопросов деформативности полиуретановых образцов цилиндрической формы было спроектировано и изготовлено устройство (рис. 1), позволяющее производить нагружение образцов в заранее обозначенной области деформирования (до 25 %).

При проектировании нагружающего устройства необходимо было сделать выбор между на-

гружением с помощью пружин или с использованием силы тяжести от подвешенных грузов. Учитывая тот факт, что пружины не всегда надежны и в номинальную нагрузку легко вносятся погрешности, в частности из-за влияния температуры, было решено нагружение полиуретановых образцов или роликов производить с использованием силы тяжести от подвешенных грузов.

Для минимизации погрешности нагружения было произведено экспериментальное определение центра тяжести рычага в сборе с подвесом. Эти данные о рычажной системе были использованы для построения тарировочной диаграммы, устанавливающей соответствие между величиной груза, помещенного на подвес, и нагрузкой, приложенной к образцу.

Для экспериментального исследования использовались образцы из полиуретана торговой марки «Дуотан» (Duothane) фирмы Synair (США) и СІЛ (Великобритания) диаметром 16, 18 и 20 мм, высотой от 5 до 25 мм, трех твердостей — 65, 75 и 85 ShA.

При сжатии полиуретана площадь контакта детали с опорными плитами увеличивается по мере роста снижающей нагрузки и уменьшения высоты детали. Сила трения между торцами полиуретана и плитами столь значительна, что делает невозможным расширение торцов. Вследствие того, что площадь торцов остается неизменной, часть боковой поверхности полиуретана приходит в соприкосновение с плитами.

Описанное явление, связанное с влиянием торцов, или так называемым краевым эффектом, приводит к ужесточению полиуретановых деталей при сжатии. Если соприкасающиеся поверхности полиуретана и металла — гладкие и покрыты слоем смазки, то эффект торцов будет отсутствовать. При подобных условиях происходит определение модуля упругости при сжатии согласно ГОСТ 9550—81. Очевидно, влияние эффекта торцов будет максимальным при полимеризации полиуретана к металлическим плитам.

При наличии эффекта торцов деформация полиуретанового элемента характеризуется некоторым условным модулем упругости  $E_{изд}$ , присущим не материалу, а рассматриваемому изделию.

Для учета краевого эффекта были проведены эксперименты с тремя различными условиями взаимодействия полиуретана и сжимающих пла-

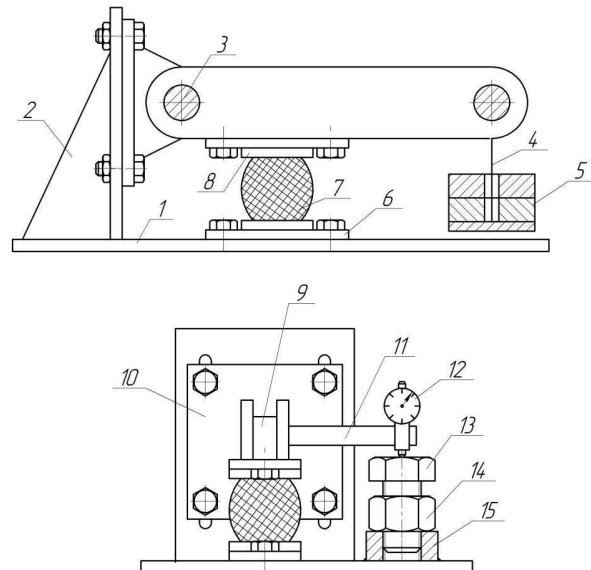


Рис. 1. Нагружающее устройство:

1 — основание; 2 — стойка; 3 — ось; 4 — подвес; 5 — груз; 6 — нижняя плита; 7 — образец; 8 — верхняя плита; 9 — рычаг; 10 — кронштейн; 11 — кронштейн индикатора; 12 — индикатор; 13 — винт; 14 — контргайка; 15 — бобышка

стин, наиболее часто встречающимися в реальных конструкциях:

1) деформация полиуретанового образца между гладкими, смазанными стальными плитами;

2) деформация полиуретанового образца между стальными плитами с шероховатостью Ra 1,25.

3) деформация полиуретанового образца с закрепленными торцами, когда полиуретан и опорные пластины полимеризуются в литевой форме.

По результатам экспериментов сделаны следующие выводы:

1. При смазанных торцах модуль упругости изделия  $E_{изд}$  будет совпадать с модулем упругости полиуретана, и коэффициент, учитывающий трение на торцах,  $K_{тор} = 1$ .

2. В случае трения полиуретана по стальным пластинам с шероховатостью Ra 1,25 происходит незначительное ужесточение образца, которое можно учесть коэффициентом  $K_{тор Ra 1,25} = 1,05$ .

3. При закрепленных торцах, когда полиуретан и стальные пластины полимеризуются в литевой форме,  $K_{тор полим} = 1,1$ .

Как видим, влияние эффекта торцов на деформативность полиуретанового образца колеблется в узких пределах.

Большее влияние на жесткость изделия оказывает соотношение между размерами образца. Как известно, с уменьшением высоты жесткость образца возрастает. Физический смысл увеличения жесткости изделия заключается в постепенном переходе от высокоэластичной деформации сжатия к практически полной упругой объемной деформации полиуретана, модуль которой на три порядка выше, чем модуль одноосного сжатия. Это ужесточение для эластомеров принято оценивать так называемым фактором формы  $\Phi$  — отношением площади нагруженной поверхности к свободной площади. Для цилиндрических образцов фактор формы согласно [7] равен

$$\Phi = \frac{D}{4H}, \quad (1)$$

где  $D$  — диаметр цилиндра, мм;  $H$  — высота цилиндра, мм.

Коэффициент формы для цилиндрических полиуретановых образцов по результатам большого количества замеров деформативности определяется согласно [7] по формуле

$$K_{\text{фор}} = (0,8 + \Phi), \quad (2)$$

где  $\Phi$  — фактор формы.

Попутно заметим, что фактор формы стандартных образцов для определения модуля упругости при сжатии по ГОСТ 9550–81 равен 0,2 (диаметр 32 мм и высота 38 мм), и тогда коэффициент формы стандартного образца равен  $K_{\text{фор}} = 0,8 + 0,2 = 1$ .

На основании зависимости (2) определяется начальный, или исходный, модуль упругости при сжатии для цилиндрического образца произвольной формы. Например, при уменьшении высоты образца в 2 раза коэффициент формы  $K_{\text{ф}} = 1,2$  и модуль упругости  $E$  для полиуретана твердостью 85 ShA возрастает с 21 до 25,2 МПа.

Для цилиндрической детали, имеющей осевое отверстие диаметром  $d$ , фактор формы записывается следующим образом:

$$\Phi = \frac{\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4}}{\pi D H - \pi d H} = \frac{D-d}{4H}. \quad (3)$$

Для деталей прямоугольной формы фактор  $\Phi$  имеет следующий вид:

$$\Phi = \frac{ab}{2(a+b)H}, \quad (4)$$

где  $a$  и  $b$  — стороны основания детали, мм;  $H$  — высота прямоугольника, мм.

## Результаты исследования и их обсуждение

В отличие от резин, у которых согласно [10] деформативность не зависит от твердости, полиуретаны разной твердости имеют различные величины ужесточения при сжатии. Твердые полиуретаны ужесточаются при сжатии больше, нежели мягкие. По результатам большого количества (двести) замеров деформативности полиуретанов различной твердости получено выражение для коэффициента деформативности при сжатии:

$$K_{\text{дефор}} = \left( 1 + \frac{\text{ShA}^{1,17}}{1000} \right). \quad (5)$$

Учитывая все изложенное, можно определить модуль упругости полиуретана при сжатии в изделии по следующей формуле:

$$E_{\text{изд}} = E_{\text{сто}} K_{\text{тор}} K_{\text{фор}} K_{\text{деф}} = E_{\text{сто}} K_{\text{тор}} (0,8 + \Phi) \left( 1 + \frac{\text{ShA}^{1,17}}{1000} \right), \quad (6)$$

где  $E_{\text{сто}}$  — начальный модуль упругости полиуретана при сжатии, МПа;  $K_{\text{тор}}$  — коэффициент, учитывающий трение на торцах изделия;  $\Phi$  — фактор формы изделия; ShA — твердость полиуретана по Шору.

Для случая осевого сжатия цилиндрического образца при малых деформациях (менее 25 %) зависимость «сила — деформации» может быть представлена в следующем виде:

$$F = \frac{\beta_1 E_{\text{изд}} S \delta}{H}, \quad (7)$$

где  $\beta_1$  — коэффициент ужесточения при сжатии цилиндра;  $E_{\text{изд}}$  — модуль упругости полиуретана при сжатии в изделии, МПа;  $S$  — площадь сечения, мм<sup>2</sup>;  $\delta$  — осадка, мм;  $H$  — высота, мм.

Коэффициент  $\beta_1$  является функцией безразмерного параметра  $\gamma = r/H$ , характеризующего отношение радиуса цилиндра к высоте. По результатам большого количества замеров деформативности полиуретановых цилиндров различной геометрии была получена экспериментальная зависимость, представленная на рис. 2.

Эта зависимость хорошо аппроксимируется следующим выражением:

$$\beta_1 = 0,73 + 0,46\gamma^2. \quad (8)$$

Качественно подобную зависимость для резин получил Э.Э. Лавендел [11, 12] с использованием метода разрешающей функции.

Для определения жесткости сплошного цилиндра при осевом сжатии для  $\gamma = 0,5-4,5$  можно рекомендовать формулу

$$C = \frac{E_{\text{изд}}S}{H} \beta_1 = \frac{E_{\text{изд}}S}{H} (0,73 + 0,46\gamma^2). \quad (9)$$

Осадку цилиндра можно определить по формуле

$$\delta = \frac{FH}{\beta_1 E_{\text{изд}}S} = \frac{FH}{E_{\text{изд}}S (0,73 + 0,46\gamma^2)}. \quad (10)$$

### Выводы и рекомендации

Исходя из опыта расчетов, изготовления и эксплуатации полиуретановых деталей, работающих на сжатие, можно рекомендовать в качестве допускаемых относительных деформаций следующие величины:

для деталей, испытывающих только статическую нагрузку, —  $[\varepsilon] = 0,20-0,25$ ;

для деталей, испытывающих статическую нагрузку со случайными или регулярными кратковременными динамическими нагрузками, следующими с интервалом по времени, —  $[\varepsilon] = 0,15-0,20$ ;

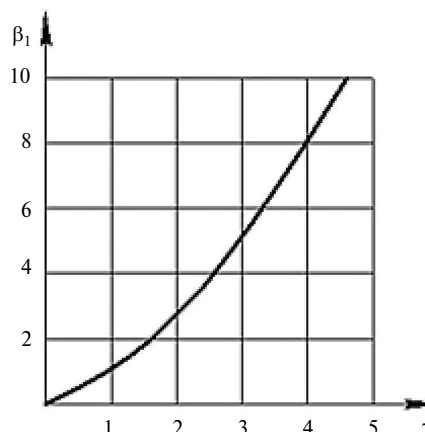


Рис. 2. Зависимость коэффициент  $\beta_1$  от параметра  $\gamma$

$$[\sigma_{\text{сж}}] = E_{\text{ст0}} [\varepsilon].$$

При выборе  $[\varepsilon]$  в указанных пределах более высокие значения необходимо принимать для более мягких полиуретанов, а меньшие — для твердых полиуретанов. Величина допускаемых напряжений сжатия для полиуретановых деталей приведена в таблице.

### Допускаемые напряжения сжатия для различных видов нагружения

Твердость по Шору, ShA	Начальный статический модуль упругости при сжатии, МПа	Допускаемые напряжения сжатия, МПа		
		при относительных нагрузках	при статическом нагружении с эпизодическими нагрузками	при постоянных динамических нагрузках
75±1	15	3,7	3,0	2,2
85±1	21	4,6	3,5	2,5
95±1	35	7,0	5,2	3,5

для деталей, испытывающих постоянные динамические нагрузки, —  $[\varepsilon] = 0,10-0,15$ .

Учитывая незначительное (до 8 %) отклонение поведения полиуретана при сжатии от закона Гука и принимая выработанные практикой допускаемые относительные деформации в качестве основы расчета, допускаемое напряжение сжатия можно определить по формуле

Приведенные величины допускаемых напряжений могут быть рекомендованы для предварительной оценки прочности полиуретановых деталей. Окончательное суждение о прочности и долговечности полиуретановых деталей может быть получено лишь после испытаний их в эксплуатационных условиях.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Datta J.** Synthesis and Investigation of Glycolysates and Obtained Polyurethane Elastomers // Journal of Elastomers and Plastics. 2010. Vol. 42. P. 117–127.

2. **Maity M.** Polyblend Systems of Polyurethane Rubber and Silicone Rubber in the Presence of Silane Grafting Agent // Journal of Elastomers and Plastics. 2001. Vol. 33. P. 211–224.

3. **Marcos F.M. Pacheco.** Thermal, Chemical and Morphological Characterization of Microcellular Polyurethane Elastomers // *Journal of Elastomers and Plastics*. 2009. Vol. 41. P. 323–338.

4. **Гуль, В.Е.** Прочность полимеров. М.: Химия, 1964. 280 с.

5. **Гуревич Л.Б.** Механика полимеров. М.: Химия, 1974. 283 с.

6. **Бидерман, В.Л.** Вопросы расчета резиновых деталей // *Расчеты на прочность*. 1958. №3. С. 25–41.

7. **Григорьев Е.Т.** Расчет и конструирование резиновых амортизаторов. М.: Машгиз, 1960. 164 с.

8. **Райт П., Камминг А.** Полиуретановые эласто-

меры. М.: Химия, 1973. 304 с.

9. **Payn A.P.** Sythesis and Classification of Polyurethane Elastomers // *Engineer*. 2008. № 40. P. 161–177.

10. **Горелик Б.М., Бухина М.Ф., Ратнер А.В.** Изменение площади контакта при деформации резиновых цилиндров и колец // *Каучук и резина*. 1961. № 3. С. 21–26.

11. **Лавендел Э.Э.** Расчет резинотехнических изделий. М.: Машиностроение, 1976. 232 с.

12. **Лавендел Э.Э.** Расчет цилиндрических резинотехнических амортизаторов сжатия // *Известия АН Латвийской ССР*. 1960. № 4. С. 153–158.

## REFERENCES

1. **Datta J.** Synthesis and Investigation of Glycolysates and Obtained Polyurethane Elastomers. *Journal of Elastomers and Plastics*. March 2010. Vol. 42. P. 117–127.

2. **Maity M.** Polyblend Systems of Polyurethane Rubber and Silicone Rubber in the Presence of Silane Grafting Agent. *Journal of Elastomers and Plastics*. July 2001. Vol. 33. P. 211–224.

3. **Marcos F.M. Pacheco.** Thermal, Chemical and Morphological Characterization of Microcellular Polyurethane Elastomers. *Journal of Elastomers and Plastics*. July 2009. Vol. 41. P. 323–338.

4. **Gul', V.E.** Prochnost' polimerov. M.: Khimiia, 1964. 280 s. (rus.)

5. **Gurevich, L.B.** Mekhanika polimerov. M.: Khimiia, 1974. 283 s. (rus.)

6. **Biderman V.L.** Voprosy rascheta rezinovykh detalei.

*Raschety na prochnost'*. 1958. №3. S. 25–41. (rus.)

7. **Grigor'ev E.T.** Raschet i konstruirovanie rezinovykh amortizatorov. M.: Mashgiz, 1960. 164 s. (rus.)

8. **Rait P., Kamming A.** Poliuretanye elastomery. M.: Khimiia, 1973. 304 s.

9. **Payn A.P.** Sythesis and Classification of Polyurethane Elastomers. *Engineer*. 2008. №40. P. 161–177.

10. **Gorelik B.M., Bukhina M.F., Ratner A.V.** Izmenenie ploshchadi kontakta pri deformatsii rezinovykh tsilindrov i kolets. *Kauchuk i rezina*. 1961. № 3. S. 21–26. (rus.)

11. **Lavendel E.E.** Raschet rezinotekhnicheskikh izdelii. M.: Mashinostroenie, 1976. 232 s. (rus.)

12. **Lavendel E.E.** Raschet tsilindricheskikh rezinometallicheskh amortizatorov szhatiya. *Izvestiia AN Latviiskoi SSR*. 1960. № 4. S. 153–158.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

**ЯКОВЛЕВ Станислав Николаевич** — доцент кафедры автоматизации технологических комплексов и процессов Санкт-Петербургского государственного политехнического университета; 195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29; e-mail: stannik59@mail.ru.

## AUTHOR

**YAKOVLEV Stanislav N.** — St. Petersburg State Polytechnical University. 29, Politechnicheskaya Str., St. Petersburg, Russia, 195251; e-mail: stannik59@mail.ru.