



УДК 539.3

И.Л. Исупова, П.В. Трусов

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ СТАЛЕЙ С УЧЕТОМ ДИФфуЗИОННЫХ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ

I.L. Isupova, P.V. Trusov

STEEL BEHAVIOUR SIMULATION IN THE RANGE OF DIFFUSION TRANSFORMATIONS

В статье предложена математическая модель для описания поведения сталей при термомеханическом нагружении с учетом диффузионных фазовых превращений. При построении модели применяется двухуровневый подход, основанный на использовании параметров, характеризующих состояние и эволюцию мезо- и микроструктуры. Общая задача «расщепляется» на несколько подзадач (определение напряженно-деформированного состояния и фазового состава, задачи теплопроводности и диффузии), что облегчает решение. Для описания неупругого деформирования сталей при термомеханическом воздействии используется модель, основанная на несимметричной физической теории пластичности, которая дополнительно учитывает происходящие фазовые превращения. С использованием разработанной модели выполнены численные эксперименты по одноосному нагружению образца стали при высокой температуре, в процессе чего наблюдается образование ферритной фазы.

СТАЛИ; ДИФфуЗИОННЫЕ ФАЗОВЫЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ; МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ; ЭВОЛЮЦИЯ МЕЗО- И МИКРОСТРУКТУРЫ; НЕСИММЕТРИЧНЫЕ МЕРЫ; НАПРЯЖЕННОГО И ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ.

The authors present a model of steel under thermomechanical loading with diffusion phase transformations. To construct the model, a two-level approach based on the use of internal variables — the parameters characterizing the state and evolution of meso- and microstructure of the material — has been applied. Formulation of the general problem «split» into several subtasks (the problem of determining the stress-strain state and phase composition, heat conduction and diffusion problems). To describe the inelastic deformation of steels during thermomechanical loading asymmetric crystal plasticity model is used. Numerical experiments performed with developed model for simple loading at high temperature are described and their results are analyzed.

STEELS; DIFFUSION PHASE TRANSFORMATIONS; MATHEMATICAL SIMULATION; EVOLUTION OF MESO- AND MICROSTRUCTURE; NON-SYMMETRIC STRESS-STRAIN MEASURES.

В сталях могут происходить все известные фазовые превращения твердого состояния: перлитное, промежуточное (бейнитное) и мартенситное. Фазовый переход может осуществляться по двум механизмам: мартенситному (образование мартенсита, бейнита) и диффузионному (образование феррита, перлита). Важная особенность диффузионных превращений — то, что образование новой фазы может сопровождаться перераспределением легирующих элементов и углерода, которое требует диффузионного перемещения атомов на относительно большие

(по сравнению с межатомными) расстояния. В процессе термомеханического воздействия в сталях наблюдается существенная эволюция структуры. Поэтому корректное описание ее изменения дает возможность получения материалов с заданным набором свойств.

Моделирование поведения сталей с учетом диффузионных фазовых превращений

В последнее время появилось значительное количество публикаций, посвященных моделированию поведения сталей с учетом диффузи-

онных фазовых превращений. Краткий обзор моделей можно найти в работе [1]. Весьма популярны модели, основанные на методе фазового поля, главный недостаток которых в том, что они применяются для анализа областей, представляющих собой отдельное зерно или их совокупность, и потому для описания реальных процессов в трехмерной постановке требуются существенные вычислительные затраты. Для описания процессов фазовых превращений при термомеханической обработке сталей на уровне целых конструкций часто используются кинетические макромодели, в которых для определения объемных долей сосуществующих фаз используются феноменологические соотношения, полученные при большом числе существенных допущений. При описании неупругого деформирования используются достаточно простые модели, в которых отсутствует прямое включение механизмов деформирования и фазовых превращений и их носителей, присущих в реальном материале различным структурным уровням. В большинстве опубликованных многоуровневых моделей мало внимания уделяется вопросу перехода от величин нижнего масштабного уровня на верхний масштабный уровень; обычно используются самые простые гипотезы. Таким образом, проблему построения достаточно адекватной модели для описания поведения сталей с учетом диффузионных фазовых превращений нельзя назвать полностью решенной.

Мы предлагаем математическую модель для описания поведения сталей при термомеханической нагрузке с учетом диффузионных превращений, которая лишена части указанных недостатков. При построении модели в рассмотрении вводятся следующие масштабные уровни: уровень физического тела (макроуровень I), уровень представительного макрообъема (макроуровень II) и мезоуровень. Элементом мезоуровня является кристаллит (зерно, субзерно), а представительный объем макроуровня состоит из множества элементов мезоуровня. Постановка общей задачи «расщепляется» на несколько подзадач (определение напряженно-деформированного состояния и фазового состава; задача теплопроводности и диффузии), что существенно облегчает последующее решение. На макроуровне I ставится и решается краевая задача в обычном смысле (она включает в свою поста-

новку уравнение равновесия в скоростной форме, уравнение теплопроводности, необходимые краевые и начальные условия). Для задачи определения напряженно-деформированного состояния используется основанная на физической теории упруговязкопластичности прямая модель второго типа, а для температурной задачи — первого [2, 3]. Более подробно с особенностями постановки задачи определения напряженно-деформированного состояния и температурной задачи, а также связи двух масштабных уровней можно ознакомиться в [4]. Процесс диффузии на больших масштабах происходит очень медленно, поэтому на макроуровне I задача о перераспределении атомов углерода и легирующих элементов не ставится и не решается, а принимается гипотеза о заданном распределении концентрации во всем теле. При решении задачи диффузии на макроуровне II предлагается использовать прямую модель первого типа, когда моделируемая область представляет собой совокупность отдельных кристаллитов с определенной ориентацией и каждому кристаллиту ставится в соответствие совокупность конечных элементов [2, 3].

Для описания перераспределения углерода и легирующих элементов в аустените на макроуровне II ставится и решается следующая краевая задача:

$$\begin{aligned} \dot{c}_{pA} &= \nabla(\mathbf{d}_{pA} \nabla c_{pA}); \\ c_{pA}(t=0) &= c_{p0A}; \\ c_{pA} &= c_{p\Gamma A} \text{ на } \Gamma_c, \end{aligned} \quad (1)$$

где c_{pA} , c_{p0A} , $c_{p\Gamma A}$ — соответственно концентрация p -го легирующего элемента, а также ее значения в начальный момент времени и на границе Γ_c для аустенита; \mathbf{d}_{pA} — тензор диффузии p -го компонента в аустените; θ — температура.

Для определения температуры ставится и решается следующая краевая задача для той же области:

$$\begin{aligned} \kappa \dot{\theta} - \nabla(\boldsymbol{\lambda} \nabla \theta) &= \xi_A \sum_{k=1}^{n_1} \tau_A^{(k)} \dot{\gamma}_A^{(k)} + \\ &+ \xi_\Phi \sum_{k=1}^{n_2} \tau_\Phi^{(k)} \dot{\gamma}_\Phi^{(k)} + \rho_\Phi g_\Phi \dot{\xi}_\Phi; \\ \theta(t=0) &= \theta_0, \end{aligned} \quad (2)$$

где κ — теплоемкость; $\boldsymbol{\lambda}$ — тензор (2-го ранга) теплопроводности; ξ_A , ξ_Φ — объемная доля

аустенита и феррита; θ_0 — значение температуры в начальный момент времени. Первое слагаемое в правой части описывает диссипацию энергии за счет пластической деформации различных фаз, а второе — за счет происходящих фазовых превращений; здесь $\tau_A^{(k)}$, $\tau_\Phi^{(k)}$ — сдвиговое напряжение, действующее в k -й системе скольжения аустенита и феррита, $\dot{\gamma}_A^{(k)}$, $\dot{\gamma}_\Phi^{(k)}$ — скорость сдвига по k -й системе скольжения аустенита и феррита; g_Φ — скрытая теплота фазового перехода из родительской фазы в ферритную; ρ_Φ — плотность феррита. При постановке задачи теплопроводности принимается, что температура и ее градиент равны сумме значений этих величин на макроуровне и некоторых флуктуаций, поэтому температурная задача сводится к задаче в терминах флуктуаций. Граничные условия выбираются так, чтобы осредненные флуктуации градиента температуры были равны нулю [4], например можно принять, что флуктуации на границе равны нулю или воспользоваться периодическими граничными условиями.

При постановке и решении задач определения напряженно-деформированного состояния и объемных долей всех сосуществующих фаз моделируемая область рассматривается как статистическая выборка отдельных кристаллитов [2, 3]. Для определения доли феррита в каждом из зерен используется следующее кинетическое соотношение, полученное в рамках термодинамики необратимых процессов [4] (считается, что в условии равновесия термодинамический потенциал многофазной системы имеет экстремальное значение, что учитывается при получении этого выражения):

$$\frac{\partial \xi_\Phi}{\partial t} = -l \left(\frac{1}{\theta} \frac{\delta f}{\delta \xi_\Phi} - \frac{1}{\theta} \frac{\delta f}{\delta \xi_A} \right), \quad (3)$$

где l — кинетический коэффициент, а свободная энергия Гиббса f определяется выражением

$$f = f_{EL} + f_{CH} + f_S.$$

Здесь f_{EL} — упругая составляющая удельной свободной энергии, представляющая собой квадратичную форму от упругой составляющей меры деформационного состояния \mathbf{q}^e ; f_{CH} — химическая составляющая; f_S — поверхностная энергия.

Химическая составляющая свободной энергии определяется как

$$f_{CH} = \xi_A f_A + \xi_\Phi f_\Phi,$$

где выражения для удельной свободной энергии аустенита и феррита f_A , f_Φ (она определяется свободной энергией в отдельной фазе, энергией за счет смешивания компонент и их химического взаимодействия) записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned} f_{A,\Phi} = & \\ = & \frac{1}{v} \sum_{p=1}^{n^*} c_{pA,\Phi} \left(x_{1pA,\Phi} + x_{2pA,\Phi} \theta + x_{3pA,\Phi} \theta \ln \theta \right) + \\ & + \frac{n_{mol}}{v} R \theta \sum_{p=1}^{n^*} c_{pA,\Phi} \ln c_{pA,\Phi} + \\ & + \frac{1}{v} \sum_{p=1}^{n^*} \sum_{j=p+1}^{n^*} c_{pA,\Phi} c_{jA,\Phi} r_{pjA,\Phi}. \end{aligned}$$

Здесь $x_{1pA,\Phi}$, $x_{2pA,\Phi}$, $x_{3pA,\Phi}$ — представленные в [5] коэффициенты разложения свободной энергии в ряд по температуре; n_{mol} — количество молей всей смеси; $r_{pjA,\Phi}$ — параметр, описывающий химическое взаимодействие между p и j компонентами в соответствующих фазах.

Выражение для определения поверхностной энергии имеет вид

$$f^S = \frac{1}{v} \sum_k \chi_{A\Phi}^k s_{A\Phi}^k,$$

где $\chi_{A\Phi}^k$ — удельная энергия межфазной границы площадью $s_{A\Phi}^k$.

Доля остаточного аустенита определяется из условия равенства единице суммы долей всех фаз в материале.

Для определения параметров напряженно-деформированного состояния каждого из кристаллитов применяется упруговязкопластическая физическая теория с использованием анизотропного несимметричного закона Гука. Подробно вопрос о применении несимметричных мер напряженного и деформированного состояния при построении различных моделей материалов рассматривается в статье [6].

Необратимые деформации определяются протекающими в материале пластическими деформациями и происходящими фазовыми превращениями. Пластические деформации осу-

ществляются сдвигами по системам скольжения кристаллита; для описания процессов сдвигов по системам скольжения используется вязко-пластический закон вида

$$\dot{\gamma}_{A,\Phi}^{(k)} = \dot{\gamma}_{0A,\Phi}^{(k)} H \left(\mathbf{b}_{A,\Phi}^{(k)} \mathbf{n}_{A,\Phi}^{(k)} : \boldsymbol{\sigma} - \tau_{cA,\Phi}^{(k)} \right) \times \left(\frac{\mathbf{b}_{A,\Phi}^{(k)} \mathbf{n}_{A,\Phi}^{(k)} : \boldsymbol{\sigma}}{\tau_{cA,\Phi}^{(k)}} \right)^{1/m_{A,\Phi}}, \quad (4)$$

где $m_{A,\Phi}$ — параметр чувствительности материала к скорости деформации для аустенита, феррита; $\tau_{cA,\Phi}^{(k)}$ определяет текущее значение критического сдвигового напряжения на k -й системе скольжения в аустените, феррите; $\mathbf{n}_{A,\Phi}^{(k)}$ — единичный вектор нормали к плоскости скольжения; $\mathbf{b}_{A,\Phi}^{(k)}$ — единичный вектор по направлению вектора Бюргерса, характеризующий направление скольжения; $\boldsymbol{\sigma}$ — тензор напряжений Коши; $H(\cdot)$ — функция Хэвисайда.

Упрочнение по системам скольжения в аустените, феррите будет описываться следующим соотношением в скоростной форме [4, 7]:

$$\dot{\tau}_{cA,\Phi}^{(k)} = \tau_{c0A,\Phi}^{(k)} \left[\sum_{j=1}^n a_{jA,\Phi}^{(k)} \left(\frac{\dot{\gamma}_{A,\Phi}^{(j)}}{\sum_{j=1}^n \dot{\gamma}_{A,\Phi}^{(j)}} \right)^{\Psi_{A,\Phi}} \dot{\gamma}_{A,\Phi}^{(j)} - B_{A,\Phi} \dot{\theta} \left(\frac{\tau_{cA,\Phi}^{(k)}}{\bar{\tau}_{cA,\Phi}} \left(\exp \left(-\frac{Q_{A,\Phi}}{R\theta} \right) \right)^{m_{A,\Phi}} - 1 \right)^{m_{A,\Phi}} \sum_{j=1}^n \dot{\gamma}_{A,\Phi}^{(j)} \right]$$

где $\tau_{c0A,\Phi}^{(k)}$ — начальный предел текучести в k -й системе скольжения для аустенита, феррита; $B_{A,\Phi}$, $\bar{\tau}_{cA,\Phi}$, $m_{1A,\Phi}$, $m_{2A,\Phi}$ — материальные константы для аустенита, феррита; $Q_{A,\Phi}$ — энергия активации аустенита, феррита; $a_{jA,\Phi}^{(k)}$ — модули упрочнения аустенита, феррита.

Используя скоростную форму закона Гука, получаем выражение для скорости напряжений:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{\pi} : \left(\nabla \mathbf{v}^T - \boldsymbol{\omega} - \xi_A \mathbf{b}_A^{(k)} \mathbf{n}_A^{(k)} \dot{\gamma}_A^{(k)} - \xi_\Phi \mathbf{b}_\Phi^{(k)} \mathbf{n}_\Phi^{(k)} \dot{\gamma}_\Phi^{(k)} - \xi_\Phi \mathbf{f}_\Phi^* \right) + \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\omega}, \quad (5)$$

где $\boldsymbol{\pi}$ — тензор упругих свойств кристаллита; \mathbf{v} — скорость перемещений; $\boldsymbol{\omega}$ — тензор спина,

определяемый согласно модели полностью стесненного поворота Тейлора; \mathbf{f}_Φ^* — градиент трансформационной деформации, описывающий превращение родительской фазы в ферритную; $\boldsymbol{\alpha}$ — тензор термического расширения.

Для осуществления связи задачи определения напряженно-деформированного состояния с температурной задачей и задачей диффузии производится геометрическая привязка статистических элементов, используемых при определении напряженно-деформированного состояния, к физическим (пространственным) элементам в температурной задаче (задаче диффузии), т. е. кристаллиты — (статистические) элементы в задаче определения напряженно-деформированного состояния — «привязываются» к реальным объектам, имеющим конкретную геометрию. Следует отметить, что все физико-механические свойства многофазного материала определяются по правилу смеси.

С помощью представленной модели был исследован процесс образования феррита в начально аустенитной стали (Fe — С 0,1 ат.% — Mn 1,43 ат.% — Al 0,03 ат.% — N 0,0056 ат.% — P 0,016 ат.% — S 0,003 ат.% — Si 0,31 ат.%) при одноосном сжатии образца при высокой (760–800 °С) температуре. В процессе моделирования рассматривается диффузия углерода и марганца в аустените; свободная энергия родительской фазы в этом случае зависит не только от температуры, но и от концентрации соответствующих компонентов. В ходе рассматриваемого процесса температура меняется в результате тепловыделения при пластической деформации аустенита и феррита за счет выделения теплоты в ходе ферритного превращения. Неупругая деформация определяется пластической деформацией аустенита и феррита, а также изменением конфигурации вследствие ферритного превращения. Трансформационная составляющая градиента относительной скорости перемещения рассчитывалась следующим образом: $\zeta_r^{tr} = 1/3 \Delta \xi_\Phi \mathbf{I}$, $\Delta = 0,01$. Данные для расчета взяты из работ [5, 8–10]. Все параметры закона упрочнения, кроме начального предела текучести, были определены в ходе процедуры идентификации.

В процессе моделирования рассматривается диффузия углерода и марганца в аустените. Для оценки количества конечных элементов, необходимых для аппроксимации отдельного кри-

сталлита, определим диффузионный путь атома углерода за время рассматриваемого процесса (500 с) в рамках теории случайных блужданий, когда диффузия рассматривается как результат случайных периодических скачков атомов из одного узла решетки в соседний:

$$x_{\text{диф}} = \eta\sqrt{\Gamma t},$$

где η — постоянная величина, равная расстоянию до ближайшего соседа; Γ — частота скачков. Частота скачков связана с коэффициентом диффузии следующим соотношением:

$$d = \gamma\eta^2\Gamma,$$

γ — параметр, зависящий от типа кристаллической решетки.

Примем, что коэффициент диффузии равен $d_A^C = 2 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2/\text{с}$, длина скачка — $\eta = 3 \text{ \AA}$, параметр γ для кубической решетки равен $1/6$. Тогда диффузионный путь атома углерода за время рассматриваемого процесса составит $x_{\text{диф}} = 7,74 \cdot 10^{-5} \text{ м}$. Средний размер зерна рассматриваемой стали (порядка $200 \cdot 10^{-6} \text{ м}$) превышает диффузионный путь более чем в два раза. Именно поэтому зерно необходимо аппроксимировать несколькими конечными элементами. Рассматривается представительный объем, состоящий из 343 зерен. Для дискретизации рассматриваемой области используются кубические четырехугольные элементы, внутри которых градиент концентрации не постоянен. Каждое зерно аппроксимируется тремя конечными элементами. Количество элементов было выбрано на основании рекомендаций, представленных в работе [11], и условия приемлемости времени счета и затрачиваемой памяти. Показано, что результаты численных расчетов с выбранной дискретизацией по пространству и времени являются устойчивыми.

На рис. 1 и 2 приведены кривая «интенсивность напряжений — интенсивность деформации» и зависимость объемной доли образовавшегося феррита от интенсивности деформаций (экспериментальные данные взяты из работы [12]).

В статье приведено описание модели для моделирования поведения сталей при термомеханическом нагружении с учетом диффузионных превращений. Для облегчения постановки и решения связанной задачи последняя представляется совокупностью четырех подзадач: теплопроводности, диффузии, определения напряженно-деформи-

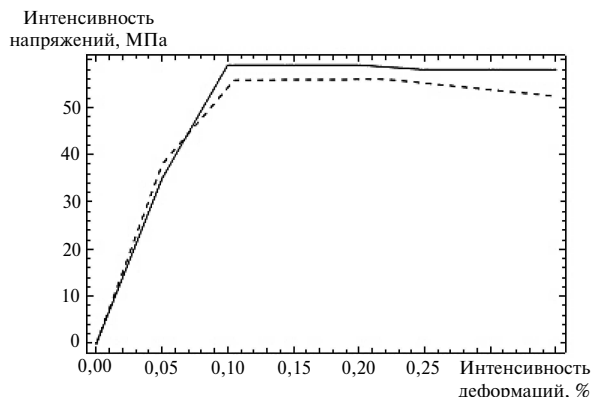


Рис. 1. Кривая «напряжение — деформации» для стали, полученная при одноосном сжатии образца со скоростью деформирования $3 \cdot 10^{-4} \text{ 1/с}$ при температуре $760 \text{ }^\circ\text{C}$ (штриховая линия соответствуют экспериментальным данным)

рованного состояния и объемных долей сосуществующих фаз. С использованием разработанной модели выполнены численные эксперименты и проанализированы результаты расчетов для случая ферритного превращения. Следует отметить приемлемое соответствие численных результатов экспериментальным данным.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (проект №13–01–96006–урал_а) и гранта Правительства Российской Федерации, постановление № 220 от 9 апреля 2010 г. «О мерах по привлечению ведущих ученых в российские образовательные учреждения высшего профессионального образования, научные учреждения государственных академий наук и государственные научные центры Российской Федерации».

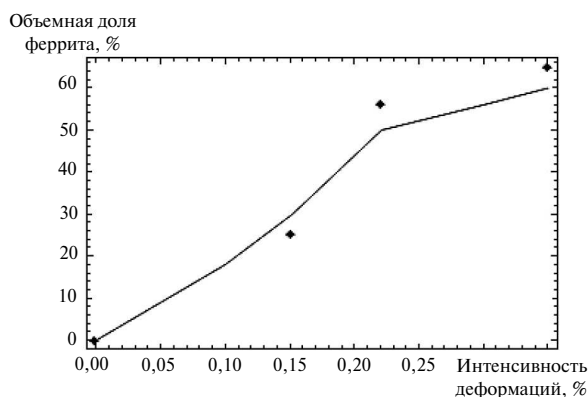


Рис. 2. Зависимость доли образующегося феррита от деформаций, полученная при одноосном сжатии образца со скоростью деформирования $3 \cdot 10^{-4} \text{ 1/с}$ при температуре $760 \text{ }^\circ\text{C}$ (точки соответствуют экспериментальным данным)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Исупова И.Л., Трусов П.В.** Обзор математических моделей для описания фазовых превращений в сталях // Вестник ПНИПУ. Механика. 2013. №3. С. 157–191.
2. **Трусов П.В., Швейкин А.И.** Многоуровневые физические модели моно- и поликристаллов. Статистические модели // Физическая мезомеханика. 2011. № 4. С. 17–28.
3. **Трусов П.В., Швейкин А.И.** Многоуровневые физические модели моно- и поликристаллов. Прямые модели // Физическая мезомеханика. 2011. Т. 14, № 4. С. 5–30.
4. **Исупова И.Л., Трусов П.В.** Математическое моделирование фазовых превращений в сталях при термомеханической нагрузке // Вестник ПНИПУ. Механика. 2013. №3. С. 126–156.
5. **Yadegari S., Turteltaub S., Suiker A.S.J.** Coupled thermomechanical analysis of transformation-induced plasticity in multiphase steels // *Mechanics of Materials*. 2012. Vol. 53. P. 1–14.
6. **Трусов П.В., Нечаева Е.С., Швейкин А.И.** Применение несимметричных мер напряженного и деформированного состояния при построении многоуровневых конститутивных моделей материалов // Физическая мезомеханика. 2013. Т. 16, №2. С. 15–10.
7. **Трусов П.В., Швейкин А.И., Нечаева Е.С., Вологов П.С.** Многоуровневые модели неупругого деформирования материалов и их применение для описания эволюции внутренней структуры // Физическая мезомеханика. 2012. Т. 15, №1. С. 33–56.
8. **Barbe F., Quey R.** A numerical modelling of 3D polycrystal-to-polycrystal diffusive phase transformations involving crystal plasticity. *Int. J. Plasticity*. 2011. Vol. 27. P. 823–840.
9. **Dinsdale A.T.** SGTE Data for Pure Elements. *Calphad*. 1991. Vol. 15. P. 317–425.
10. **Redlich O., Kister A.T.** Algebraic representation of thermodynamic properties and the classification solutions. *Ind. Eng. Chem*. 1948. Vol. 40, № 2. P. 345–348.
11. **Segal Ir.A.** Finite element methods for the incompressible Navier-Stokes equations / Institute of Applied Mathematics, Delft, Netherlands, 2012. 80 p.
12. **Lewis J.R.** Formation of deformation induced ferrite during mechanical testing: A thesis for the Degree of Master of Engineering. McGill University. Monreal, Canada. 1996. 113 p.

REFERENCES

1. **Isupova I.L., Trusov P.V.** Review of mathematical models on phase transformations in steels [Obzor matematicheskikh modeley dlya opisaniya fazovykh prevrashcheniy v stalyakh]. *Vestnik PNIPU. Mekhanika*. 2013. №3. P. 157–191. (rus.)
2. **Trusov P.V., Shveykin A.I.** Multilevel physical models of single- and polycrystals. Statistical models [Mnogourovnevye fizicheskie modeli mono- i polikristallov. Statisticheskie modeli]. *Fizicheskaya mezomekhanika*. 2011. № 4. — P. 17–28. (rus.)
3. **Trusov P.V., Shveykin A.I.** Multilevel physical models of single- and polycrystals. Direct models [Mnogourovnevye fizicheskie modeli mono- i polikristallov. Pryanmye modeli]. *Fizicheskaya mezomekhanika*. 2011. Vol. 14, № 4. P. 5–30. (rus.)
4. **Isupova I.L., Trusov P.V.** Mathematical modeling of phase transformations in steel under thermomechanical loading [Matematicheskoe modelirovanie fazovykh prevrashcheniy v stalyakh pri termomekhanicheskikh nagruzkakh]. *Vestnik PNIPU. Mekhanika*. 2013. №3. P. 126–156. (rus.)
5. **Yadegari S., Turteltaub S., Suiker A.S.J.** Coupled thermomechanical analysis of transformation-induced plasticity in multiphase steels. *Mechanics of Materials*. 2012. Vol. 53. P. 1–14.
6. **Trusov P.V., Nechaeva E.S., Shveykin A.I.** Non-symmetric stress-strain measures using when construct multilevel constitutive material models [Primenenie nesimmetrichnykh mer napryazhennogo i deformirovannogo sostoyaniya pri postroenii mnogourovnevnykh konstitutivnykh modeley materialov]. *Fizicheskaya mezomekhanika*. 2013. Vol. 16, №2. P. 15–31. (rus.)
7. **Trusov P.V., Shveykin A.I., Nechaeva E.S., Volegov P.S.** Multilevel models of inelastic deformation of material and their application for description of internal structure [Mnogourovnevye modeli neuprugogo deformirovaniya materialov i ikh primenenie dlya opisaniya vnutrenney struktury]. *Fizicheskaya mezomekhanika*. 2012. Vol. 15, №1. P. 33–56. (rus.)
8. **Barbe F., Quey R.** A numerical modelling of 3D polycrystal-to-polycrystal diffusive phase transformations involving crystal plasticity. *Int. J. Plasticity*. 2011. Vol. 27. P. 823–840.
9. **Dinsdale A.T.** SGTE Data for Pure Elements. *Calphad*. 1991. Vol. 15. P. 317–425.
10. **Redlich O., Kister A.T.** Algebraic representation of thermodynamic properties and the classification solutions. *Ind. Eng. Chem*. 1948. Vol. 40. № 2. P. 345–348.
11. **Segal Ir.A.** Finite element methods for the incompressible Navier-Stokes equations / Institute of Applied Mathematics. Delft, Netherlands. 2012. 80 p.
12. **Lewis J.R.** Formation of deformation induced ferrite during mechanical testing: A thesis for the Degree of Master of Engineering. McGill University. Monreal, Canada. 1996. 113 p.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ИСУПОВА Ирина Леонидовна — аспирант Пермского национального исследовательского политехнического университета; 614990, Комсомольский пр., 29, Пермь, Россия; e-mail: enotyforever@yandex.ru.

ТРУСОВ Петр Валентинович — доктор физико-математических наук профессор заведующий кафедрой математического моделирования систем и процессов Пермского национального исследовательского политехнического университета; 614990, Комсомольский пр., 29, Пермь, Россия; e-mail: tpv@matmod.pstu.ac.ru.

AUTHORS

ISUPOVA Irina L. — Perm National Research Polytechnic University; 614990, Komsomolsky prospect 29, Perm, Russia; e-mail: enotyforever@yandex.ru.

TRUSOV Peter V. — Perm National Research Polytechnic University; 614990, Komsomolsky prospect 29, Perm, Russia; e-mail: tpv@matmod.pstu.ac.ru