

DOI 10.5862/JEST.219.12
УДК 621.317.733:621.317.33

Г.И. Передельский, Ю.В. Диценко

СВОЙСТВА ЧАСТОТНО-НЕЗАВИСИМЫХ ДВУХПОЛЮСНИКОВ

G.I. Peredelsky, Yu.V. Didenko

PROPERTIES OF FREQUENCY-INDEPENDENT TWO-TERMINAL NETWORKS

Рассмотрено интересное свойство частотно-независимых двухполюсников, образованных двумя параллельными ветвями, каждая из которых содержит одиничный резистор и диссипативный двухполюсник с разнородными реактивными элементами, а именно: после окончания переходного процесса частотно-независимый двухполюсник оказывает постоянное резистивное сопротивление электрическому току в случае воздействия очередного питающего импульсного сигнала с напряжением, изменяющимся во времени по закону степенных функций, при выполнении не всех условий частотной независимости, а определенной их части. При анализе частного варианта частотно-независимого двухполюсника использован путь, избавляющий от необходимости решать алгебраические уравнения и тем самым упрощающий проводимые тождественные преобразования. Приведен пример использования частотно-независимого двухполюсника и его свойств в импульсных четырехплечих мостовых цепях. Эти мостовые цепи позволяют заземлять оба входящих в них многоэлементных двухполюсника: уравновешивающий двухполюсник с переменными регулируемыми параметрами и двухполюсник объекта измерения с искомыми параметрами. При этом появляется возможность исключить две составляющие погрешности — из-за паразитной емкости относительно «земли» незаземленного многоэлементного двухполюсника и из-за за счет нестабильности этой паразитной емкости.

ЧАСТОТНО-НЕЗАВИСИМЫЙ ДВУХПОЛЮСНИК; УСЛОВИЯ ЧАСТОТНОЙ НЕЗАВИСИМОСТИ; ИМПУЛЬСНОЕ ПИТАНИЕ; ЧЕТЫРЕХПЛЕЧАЯ МОСТОВАЯ ЦЕПЬ; ПОГРЕШНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ.

The paper considers the property of frequency-independent two-terminal networks (FITTN) formed by two parallel branches, each of which contains a single resistor and a dissipative two-terminal network with heterogeneous reactive elements. This property implies that after the transient process the frequency-independent two-terminal network has the constant resistance to the electric current in the case of the influence of the next feeding pulse signal with tension change as long as its duration under the law of exponential functions of time when fulfilling only a certain part of conditions of frequency independence (CFI). When fulfilling all conditions of frequency independence, FITTN has the constant resistance to the electric current at any forms of the feeding tension, and also during the transient process. The analysis of a special option of the frequency-independent two-terminal network uses the way which relieves the need to solve algebraic equations and hereby simplifies identical transformations. The article describes the use of FITTN in the pulse four-arm bridge circuits. Such bridges contain single resistors in three arms, and the fourth arm is formed by the frequency-independent two-terminal network. These bridge circuits allow grounding both multi-element two-terminal networks: the counterbalancing two-terminal network with variable adjustable parameters and the two-terminal network which is an object of measurement with the required parameters. This raises the possibility to exclude two components of the error: component due to the parasitic capacitance with respect to «ground» of the ungrounded multi-element two-terminal network and component due to the instability of this parasitic capacitance.

FREQUENCY-INDEPENDENT TWO-TERMINAL NETWORK; CONDITIONS OF FREQUENCY INDEPENDENCE; PULSED POWER; FOUR-ARM BRIDGE CIRCUIT; MEASUREMENT ERROR.

Введение

В теории линейных электрических цепей зарубежные и отечественные исследователи [1–3] выделяют группу диссипативных электрических

цепей, обладающих свойством независимости входного сопротивления от частоты. Это частотно-независимые цепи, или электрические цепи постоянного входного сопротивления. К ним, в частности, относятся дополняющие цепи и со-



глосованно нагруженные на резистивное сопротивление четырехполюсники [1–3], которые находят применение в устройствах связи, системах управления, регулирования и контроля, информационных системах, научных исследованиях. Частотно-независимые цепи традиционно используются в качестве фильтров постоянного входного сопротивления, амплитудных и фазовых корректоров, моделей электрических длинных линий.

Среди структур частотно-независимых цепей известными являются, в частности, рассмотренные в [4] частотно-независимые двухполюсники (ЧНД), состоящие из двух параллельно включенных ветвей. Каждая ветвь содержит последовательно соединенные одиночный резистор R и многоэлементный диссипативный двухполюсник. Сопротивление такого двухполюсника в первой ветви — Z_1 , во второй — Z_2 , причем это обратные двухполюсники, их сопротивления удовлетворяют условию [1]

$$Z_1 Z_2 - R^2 = 0. \quad (1)$$

Посредством известных схемных преобразований к подобному виду можно привести и другие частотно-независимые двухполюсники. Например, в [4] также рассмотрены структуры, полученные на основе ЧНД указанной выше конфигурации. Одна из них образована путем соединения накоротко эквипотенциальных точек, а другая — за счет объединения в электрической цепи последовательно или параллельно включенных резистивных элементов.

В [5] рассмотрено новое свойство частотно-независимых двухполюсников, а именно: после окончания переходного процесса в случае воздействия очередного питающего импульсного сигнала, напряжение которого изменяется во времени по закону степенных функций, двухполюсник оказывает резистивное сопротивление электрическому току, равное одному и тому же значению R , при выполнении даже не всех, а определенной части условий частотной независимости (УЧН). При выполнении же всех УЧН частотно-независимый двухполюсник оказывает электрическому току сопротивление R при любых формах питающего напряжения, а также во время переходного процесса.

Приведенное свойство обосновано для ЧНД, которые содержат в каждом из двух имеющихся обратных двухполюсников резистивные и только

однородные реактивные элементы [5]. Это позволило получить с использованием таких ЧНД мостовые цепи с раздельным уравновешиванием нетрадиционной конфигурации, а именно — с одночными резисторами в трех плечах четырехплечей мостовой цепи [5]. С их помощью определяются параметры резистивно-емкостных и резистивно-индуктивных двухполюсников объекта измерения. Но часть электрических схем замещения объектов измерения и датчиков отображаются $R-L-C$ -цепями. Это побуждает исследовать актуальную задачу определения параметров диссипативных цепей с разнородными реактивными элементами.

Цель нашей работы — обосновать для ЧНД с обратными $R-L-C$ -двуихполюсниками исследованное в [5] свойство, а также рассмотреть пример практического использования такого частотно-независимого двухполюсника и его свойства в мостовой электрической цепи.

Теоретическая часть

На рис. 1 изображен частный вариант ЧНД. Каждая из его ветвей содержит последовательно соединенные одиночный резистор с сопротивлением R и многоэлементную диссипативную двухполюсную цепь с разнородными реактивными элементами. В первой ветви такая цепь образована резистивным сопротивлением r_1 , последовательно с которым включены соединенные параллельно индуктивность L , резистивное сопротивление r_2 и емкость C . Вторая ветвь $R-L-C$ -двуихполюсника состоит из резистивного сопротивления R_1 , параллельно которому включены соединенные последовательно емкость C , резистивное сопротивление R_2 и индуктивность L . УЧН рассматриваемого ЧНД описываются соотношениями:

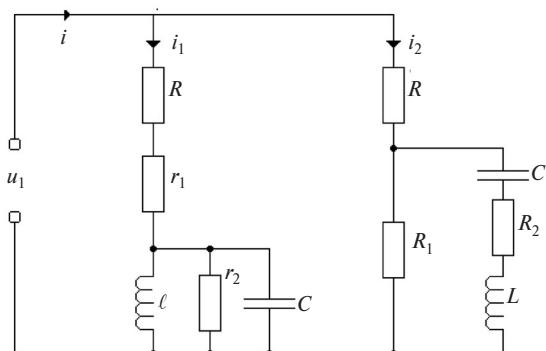


Рис. 1. Частотно-независимый двухполюсник

$$\begin{aligned} R_1 r_1 - R^2 &= 0; \quad \ell - R^2 C = 0; \\ R_2 r_2 - R^2 &= 0; \quad L - R^2 c = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

На ЧНД действуют последовательности импульсов, напряжения которых изменяются во времени по закону степенных функций:

$$u_1 = U_1 \left(\frac{t}{t_u} \right)^h, \quad (3)$$

где u_1 — мгновенное значение питающего напряжения; U_1 — его амплитудное значение; t — текущее время, t_u — длительность импульса; $h = 0, 1, 2, \dots$ — целочисленные показатели степени. Очередность поступления этих последовательностей соответствует числам натурального ряда. Таким образом, в начале на исследуемый двухполюсник (рис. 1) подается последовательность импульсов прямоугольной формы ($h = 0$), во вторую очередь действует последовательность импульсов линейно изменяющейся формы ($h = 1$), затем поступают квадратичные ($h = 2$) и кубичные ($h = 3$) импульсы.

При воздействии очередного импульса прямоугольной формы сила электрического тока i , протекающего через рассматриваемый двухполюсник, описывается известным обобщенным выражением [5]

$$i = i_1 + i_2 =$$

$$= U_1 \left[\frac{V_0}{v_0} + \sum_{i=1}^2 \frac{X(g_i)}{g_i x'(g_i)} e^{g_i t} + \frac{W_0}{w_0} + \sum_{i=1}^2 \frac{Y(q_i)}{q_i y'(q_i)} e^{q_i t} \right], \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} X(g) &= V_0 + gV_1 + g^2V_2; \\ x(g) &= v_0 + gv_1 + g^2v_2; \\ Y(q) &= W_0 + qW_1 + q^2W_2; \\ y(q) &= w_0 + qw_1 + q^2w_2; \end{aligned} \quad (5)$$

g_i и q_i — корни соответственно уравнений $x(g)=0$ и $y(q)=0$; V_i , v_i , W_i , w_i — обобщенные коэффициенты, зависящие от параметров частотно-независимого двухполюсника. Для ЧНД на рис. 1 эти коэффициенты равны

$$V_0 = r_2; \quad V_1 = \ell; \quad V_2 = \ell cr_2;$$

$$\begin{aligned} v_0 &= r_2(R+r_1); \quad v_1 = \ell(R+r_1+r_2); \\ v_2 &= \ell cr_2(R+r_1). \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} W_0 &= 1; \quad W_1 = C(R_1 + R_2); \quad W_2 = LC; \\ w_0 &= R + R_1; \quad w_1 = C[R(R_1 + R_2) + R_1 R_2]; \\ w_2 &= LC(R + R_1). \end{aligned} \quad (7)$$

Экспоненциальные слагаемые в (4) затухают практически до нуля после окончания переходного процесса. Поэтому результатом воздействия на частотно-независимый двухполюсник очередного импульса прямоугольной формы является протекающий через него электрический ток, сила которого при выполнении первого из условий частотной независимости (2) и с учетом выражений для коэффициентов (6) и (7) после окончания переходного процесса равна

$$i_{t \rightarrow \infty} = i_1 + i_2 = U_1 \left(\frac{1}{R+r_1} + \frac{1}{R+R_1} \right) = \frac{U_1}{R}. \quad (8)$$

Откликом исследуемого двухполюсника на воздействие очередного импульса линейно изменяющегося напряжения после окончания переходного процесса служит протекающий через него электрический ток, сила которого описывается выражением

$$i_{t \rightarrow \infty} = \frac{U_1}{t_u} \left[\frac{t}{R} - \sum_{i=1}^2 \frac{X(g_i)}{g_i^2 x'(g_i)} - \sum_{i=1}^2 \frac{Y(q_i)}{q_i^2 y'(q_i)} \right]. \quad (9)$$

Для тождественного преобразования этого выражения используем следующий путь. Каждое слагаемое в выражениях для $X(g_i)$ и $Y(q_i)$ (см. (5)), преобразуя (9), разделим на соответствующий знаменатель. Затем выделим фрагменты формул в виде сумм, содержащих корни уравнений $x(g)=0$, $y(q)=0$ и производные от этих уравнений, и заменим их на приведенные в [6] эквивалентные формулы, не содержащие корней уравнений. Такой путь упрощает тождественные преобразования, избавляет от необходимости решать алгебраические уравнения и подставлять их корни в выражение (9). В качестве примера приведем преобразование второго слагаемого в (9):

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^2 \frac{X(g_i)}{g_i^2 x'(g_i)} &= V_0 \sum_{i=1}^2 \frac{1}{g_i^2 x'(g_i)} + V_1 \sum_{i=1}^2 \frac{1}{g_i x'(g_i)} + \\ &+ V_2 \sum_{i=1}^2 \frac{1}{x'(g_i)} = V_0 S_{12} + V_1 S_{11} + V_2 S_{10}. \end{aligned} \quad (10)$$



Аналогично преобразуется третье слагаемое в (9):

$$\sum_{i=1}^2 \frac{Y(q_i)}{q_i^2 y'(q_i)} = W_0 S_{22} + W_1 S_{21} + W_2 S_{20}.$$

Содержащиеся в этих формулах сомножители S_{10} и S_{20} согласно [7] равны нулю:

$S_{10} = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{x'(g_i)} = 0$, $S_{20} = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{y'(q_i)} = 0$. В результате сила электрического тока, протекающего через двухполюсник, определяется выражением

$$i_{t \rightarrow \infty} = \frac{U_1}{t_u} \left[\frac{t}{R} - (V_0 S_{12} + V_1 S_{11} + W_0 S_{22} + W_1 S_{21}) \right]. \quad (11)$$

Эквивалентные формулы для сомножителей S_{11} , S_{12} , S_{21} и S_{22} находятся из таблиц, приведенных в [6], и имеют вид

$$S_{11} = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{g_i x'(g_i)} = -\frac{1}{v_0}; \quad S_{12} = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{g_i^2 x'(g_i)} = \frac{v_1}{v_0^2};$$

$$S_{21} = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{q_i y'(q_i)} = -\frac{1}{w_0}; \quad S_{22} = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{q_i^2 y'(q_i)} = \frac{w_1}{w_0^2}. \quad (12)$$

Затем вместо S_{11} , S_{12} , S_{21} , S_{22} подставим в (11) их выражения (12), в которых обобщенные коэффициенты в свою очередь определяются через параметры электрической цепи по формулам (6) и (7). Наряду с этим обеспечим выполнение первого и второго условий частотной независимости (2). Такие тождественные преобразования выражения (11) приводят к следующей формуле для силы электрического тока, протекающего через частотно-независимый двухполюсник, изображенный на рис. 1:

$$i_{t \rightarrow \infty} = \frac{U_1}{t_u} \left(\frac{t}{R} - D_1 \right) = \frac{U_1 t}{t_u R}, \quad (13)$$

$$\text{где } D_1 = \frac{\ell}{(R+r_1)^2} - \frac{CR_1^2}{(R+R_l)^2}.$$

При подаче очередного импульса квадратичной формы на исследуемый двухполюсник сила протекающего через него электрического тока после окончания переходного процесса описывается выражением

$$i_{t \rightarrow \infty} = \frac{2U_1}{t_u^2} \left[\frac{t^2}{2R} - t(V_0 S_{12} + V_1 S_{11} + W_0 S_{22} + W_1 S_{21}) - \right.$$

$$\left. - (V_0 S_{13} + V_1 S_{12} + V_2 S_{11} + W_0 S_{23} + W_1 S_{22} + W_2 S_{21}) \right], \quad (14)$$

где сомножители S_{13} и S_{23} известны из [6]:

$$S_{13} = -\frac{v_1^2 - v_0 v_2}{v_0^3}; \quad S_{23} = -\frac{w_1^2 - w_0 w_2}{w_0^3}. \quad (15)$$

Отклик ЧНД, изображенного на рис. 1, на воздействие очередного импульса кубической формы после окончания переходного процесса имеет вид

$$i_{t \rightarrow \infty} = \frac{6U_1}{t_u^3} \left[\frac{t^3}{6R} - \frac{t^2}{2} (V_0 S_{12} + V_1 S_{11} + W_0 S_{22} + W_1 S_{21}) - \right.$$

$$- t(V_0 S_{13} + V_1 S_{12} + V_2 S_{11} + W_0 S_{23} + W_1 S_{22} + W_2 S_{21}) -$$

$$\left. - (V_0 S_{14} + V_1 S_{13} + V_2 S_{12} + V_3 S_{11} + W_0 S_{24} + W_1 S_{23} + W_2 S_{22} + W_3 S_{21} + W_2 S_{22} + W_3 S_{21}) \right]. \quad (16)$$

Здесь $V_3 = 0$ и $W_3 = 0$, а S_{14} и S_{24} , определяемые согласно [6], равны

$$S_{14} = \frac{v_1^3 - 2v_0 v_1 v_2}{v_0^4}; \quad S_{24} = \frac{w_1^3 - 2w_0 w_1 w_2}{w_0^4}. \quad (17)$$

Затем выполним подстановку в (14) и (16) сомножителей (12), (15) и (17), выраженных согласно (6) и (7) через параметры исследуемого двухполюсника. Проводя дальнейшие тождественные преобразования выражений (14) и (16) с учетом выполнения только первых трех из условий частотной независимости (2) и при выполнении всех УЧН, получим, что сила электрического тока, протекающего через рассматриваемый двухполюсник, в этих приведенных двух случаях описывается выражениями

$$i_{t \rightarrow \infty} = \frac{2U_1}{t_u^2} \left[\frac{t^2}{2R} - tD_1 - D_2 \right] = \frac{U_1 t^2}{t_u^2 R}; \quad (18)$$

$$i_{t \rightarrow \infty} = \frac{6U_1}{t_u^3} \left[\frac{t^3}{6R} - \frac{t^2}{2} D_1 - tD_2 - D_3 \right] = \frac{U_1 t^3}{t_u^3 R}, \quad (19)$$

где

$$D_2 = -\frac{\ell^2 (R+r_1+r_2)}{r_2 (R+r_1)^3} +$$

$$+ \frac{C^2 R_l^2 \left[R(R_1 + R_2) + R_l R_2 \right]}{(R + R_1)^3};$$

$$D_3 = \ell^2 \frac{\ell(R+r_1+r_2)^2 - cr_2^2(R+r_1)^2}{r_2^2(R+r_1)^4} +$$

$$+ C^2 R_l^2 \frac{L(R+R_l)^2 - C \left[R(R_1 + R_2) + R_l R_2 \right]^2}{(R + R_1)^4}.$$

Таким образом, согласно полученным выражениям (8), (13), (18) и (19) после окончания переходного процесса в результате воздействия на рассматриваемый ЧНД очередного импульса, напряжение которого изменяется во времени по закону степенных функций (3), и при выполнении части условий частотной независимости (2) его эквивалентное сопротивление частотно-независимо и равно значению сопротивления одиночного резистора R .

Выбор приведенного пути анализа оправдан тем, что в ином случае придется иметь дело с большим и очень большим количеством слагаемых в математическом описании электрической цепи. В качестве примера запишем в виде слагаемых первую сумму из квадратных скобок в (9):

$$\sum_{i=1}^2 \frac{X(g_i)}{g_i^2 x'(g_i)} =$$

$$= \frac{V_0 + g_1 V_1 + g_1^2 V_2}{g_1^2(v_1 + 2g_1 v_2)} + \frac{V_0 + g_2 V_1 + g_2^2 V_2}{g_2^2(v_1 + 2g_2 v_2)}, \quad (20)$$

где g_1 и g_2 — первый и второй корни уравнения $x(g)=0$. После приведения к общему знаменателю общее число слагаемых равно 16 (из них 12 в числителе и 4 в знаменателе). При выбранном пути анализа остается только три слагаемых с учетом (10), $S_{10} = 0$ и (12) для знаменателей S_{11} и S_{12} — два в числителе и одно в знаменателе:

$$\sum_{i=1}^2 \frac{X(g_i)}{g_i^2 x'(g_i)} = \frac{V_0 v_1 - V_1 v_0}{v_0^2}.$$

Аналогично соотношение по числу слагаемых и для второй суммы в квадратных скобках в (9). Степень упрощения связана с тем, что в ис-

ходное выражение (9) входили корни уравнений $x(g)=0$, $y(g)=0$, а формулы для корней приводили к увеличению числа слагаемых.

Приведенное положение относится к электрической цепи, в математическое описание которой входят полиномы второй степени. Для цепи с большим числом элементов и, допустим, с полиномами третьей степени в сумме, аналогичной (20), после приведения к общему знаменателю общее количество слагаемых равно 135 (108 в числителе и 27 в знаменателе). При полиномах четвертой степени общее число таких слагаемых равно 1536 (1280 в числителе и 256 в знаменателе). Таким образом, число обсуждаемых слагаемых быстро возрастает и становится очень большим. Это приводит к возрастанию трудовых и временных затрат и усложнению программ для ЭВМ.

На выбранном пути анализа количество слагаемых с возрастанием степени полиномов тоже увеличивается, но гораздо медленнее, чем в приведенных выше примерах. Например, число слагаемых в S_i по формулам (12), (15) достигает десяти при полиномах не третьей или четвертой степени, а девятой.

Упрощение при выбранном пути анализа определяется еще двумя обстоятельствами. Первое из них связано с тем, что обобщенные коэффициенты (6), (7) с возрастанием степени полиномов быстро становятся все более громоздкими, с большим числом слагаемых из нескольких сомножителей каждое. Второе обстоятельство заключается в том, что в общем виде уравнения выше четвертой степени, как известно, в принципе не решаются [8]. Известны приближенные и приближенные численные решения уравнений высоких степеней, но они больше подходят для конкретных вычислений и в меньшей мере для математического анализа. Использованный здесь путь анализа не требует решения уравнений и подстановки их корней в формулу для преобразования операторного изображения функции к оригиналу. Приближенные методы решения тоже усложняются с возрастанием степени уравнения.

Просто решаются алгебраические уравнения первой и второй степени, более сложны в решении в общем виде уравнения третьей и четвертой степени, а уравнения выше четвертой степени, как уже было отмечено, в общем виде не решаются.



ются. Операторный метод анализа использует уравнения высоких степеней и их решения; уравнения привносят свой недостаток в этот метод анализа. Тогда можно сформулировать задачу так: не решаются в общем виде уравнения ... и не надо их решать, а следует получать результаты анализа, не решая уравнения. Этому в некоторой степени отвечает использованный здесь путь анализа. Если он в полной мере и не соответствует приведенному положению, то делает шаг в этом направлении.

Использование частотно-независимых двухполюсников и их свойства в импульсных мостах

Рассматриваемое свойство частотно-независимых двухполюсников нашло применение в импульсных четырехплечих мостовых цепях [5, 6]. Как известно [9], импульсные мосты обладают комплексом достоинств, среди которых можно, в частности, выделить возможность измерять параметры многоэлементных двухполюсников, обеспечивая при этом зависимое раздельное уравновешивание. Кроме того, импульсные мосты обладают сравнительно высокой чувствительностью, пропорциональной амплитуде питающего сигнала; в них мала температурная погрешность от подогрева элементов протекающим током [9].

Один из недостатков мостовых цепей — нередко встречающееся отсутствие возможности заземлять оба имеющихся в них многоэлементных двухполюсника. Для решения практических задач предпочтительнее иметь мосты со всеми заземленными многоэлементными двухполюсниками. Незаземленный двухполюсник имеет паразитную емкость относительно земли, которая вызывает дополнительную погрешность измерения. Кроме того, как известно, эта паразитная емкость нестабильна, существенно изменяется с течением времени и особенно с изменением температуры.

В частном случае, при незаземленном двухполюснике с регулируемыми уравновешивающими элементами и использовании в качестве этих элементов матрицы однотипных элементов, управляемых ключей и схемы управления, необходимо использовать дополнительные развязывающие элементы — трансформаторы или оптронные пары и согласующие схемы. Изме-

нение значения уравновешивающего параметра осуществляется здесь замыканием и размыканием ключей под действием сигналов с заземленной электронной схемы управления. Если же уравновешивающий элемент заземлен, то не требуется использовать дополнительные развязывающие элементы и согласующие схемы. Также в частном случае, при незаземленном двухполюснике объекта измерения и использовании датчика с линией связи, на последней находятся сигналы помех и вызывают соответствующую составляющую погрешности измерения, так как в этом случае линия связи тоже не заземлена. Незаземленная линия связи также имеет паразитную емкость относительно земли. Датчик или датчик совместно с линией связи представляют собой многоэлементную схему защемления. Если же объект измерения заземлен, то сигналы помех и соответствующая составляющая погрешности измерения меньше, так как линия связи заземлена.

Следует учитывать, что имеется ряд мостов (например, мосты Максвелла, Хея, Андерсона), в которых принципиально невозможно заземлить оба имеющихся многоэлементных двухполюсника [10]. В мостовых цепях с использованием ЧНД появляется возможность исключить составляющую погрешности измерения от паразитной емкости незаземленного многоэлементного двухполюсника относительно «земли», а также составляющую погрешности от нестабильности этой паразитной емкости.

В исследуемом варианте импульсные четырехплечие мосты содержат одиночные резисторы в трех плечах R_0 , R_{01} и R_{02} , значения сопротивлений которых известны и постоянны, а четвертое плечо образовано ЧНД. Рассмотрим такую мостовую цепь с частным вариантом частотно-независимого двухполюсника (рис. 2). Здесь R_1 , R_2 , L и C составляют объект измерения (ОИ) с искомыми параметрами, элементы с переменными регулируемыми параметрами r_1 , r_2 , l и c образуют уравновешивающий двухполюсник (УД); значение сопротивления резисторов R известно и постоянно. Поскольку при выполнении всех условий частотной независимости сопротивление ЧНД приводится к резистивному сопротивлению R , то для уравновешивания рассматриваемого моста необходимо выполнить предварительно условие

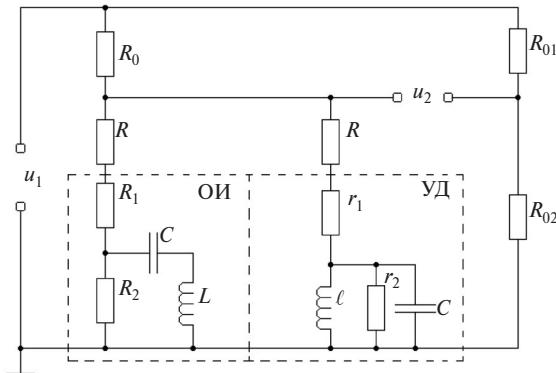


Рис. 2. Четырехплечая электрическая мостовая цепь

$$A_0 = RR_{01} - R_0R_{02} = 0. \quad (21)$$

Питание мостовой цепи, изображенной на рис. 2, следует осуществлять последовательностями импульсных сигналов с изменением их напряжения по закону степенных функций (3).

Обобщенное математическое описание напряжения u_2 в измерительной диагонали исследуемого моста (напряжение неравновесия) известно [5] и имеет вид

$$u_2 = \frac{U_I h!}{t_I^h} \underbrace{\int_0^t \dots \int_0^t}_{h} \left\{ \int_0^t \left[\frac{A_1 B_1}{f(0)} + \sum_{i=1}^k \frac{F(p_i)}{p_i f'(p_i)} e^{p_i t} \right] dt \right\} \dots dt; \quad (22)$$

$$\begin{aligned} F(p) &= A_1 B_1 + p(A_1 B_2 + A_2 B_3) + \\ &+ p^2(A_1 B_4 + A_2 B_5 + A_3 B_6) + \\ &+ p^3(A_1 B_7 + A_2 B_8 + A_3 B_9 + A_4 B_{10}) + \\ &+ p^4(A_1 B_{11} + A_2 B_{12} + A_3 B_{13} + A_4 B_{14}); \end{aligned} \quad (23)$$

$$f(p) = a_0 + p a_1 + p^2 a_2 + p^3 a_3 + p^4 a_4, \quad (24)$$

где A_i — условия равновесия четырех плеч мостовой цепи; B_i, a_i — коэффициенты, определяющиеся параметрами мостовой цепи; p_i — корни уравнения $f(p) = 0$; k — их количество.

Дальнейшие рассуждения целесообразно вести, полагая, что условие (21) уже выполнено. Математические выражения условий равновесия мостовой цепи, изображенной на рис. 2, записутся в виде

$$\begin{aligned} A_1 &= r_1(R_1 + R_2) - R^2 = 0; \\ A_2 &= \ell(R_1 + R_2) + CR_1R_2r_1 - R^2CR_2 = 0; \end{aligned}$$

$$A_3 = R_1(r_1 + r_2) - R^2 = 0;$$

$$A_4 = L(R_1 + R_2) + cR_1R_2r_1 - R^2cR_2 = 0. \quad (25)$$

Формулы для обобщенных коэффициентов B_i и a_i , выраженных через параметры моста, громоздки. В них можно выделить повторяющиеся фрагменты:

$$\gamma_1 = R_{01} + R_{02}; \quad \gamma_2 = R + R_1; \quad \gamma_3 = R + r_1;$$

$$\gamma_4 = R + R_1 + R_2; \quad \gamma_5 = R + R_0 + r_1;$$

$$\gamma_6 = R + r_1 + r_2; \quad \delta_1 = R_0\gamma_3 + \gamma_4\gamma_5;$$

$$\delta_2 = R_0\gamma_3 + \gamma_2\gamma_5; \quad \delta_3 = \gamma_4(R_0 + \gamma_6) + R_0\gamma_6;$$

$$\delta_4 = \gamma_2(R_0 + \gamma_6) + R_0\gamma_6; \quad \delta_5 = LC + \ell c.$$

С их учетом выражения для этих коэффициентов имеют несложную форму записи:

$$B_1 = B_3 = R_{01}r_2; \quad B_2 = \ell R_{01}; \quad B_4 = R_{01}r_2\delta_5;$$

$$B_5 = 0; \quad B_6 = C\ell R_{01}R_2; \quad B_7 = LC\ell R_{01};$$

$$B_8 = 0; \quad B_9 = 0; \quad B_{10} = C\ell R_{01}r_2;$$

$$B_{11} = LC\ell c R_{01}r_2; \quad B_{12} = 0; \quad B_{13} = 0;$$

$$B_{14} = 0; \quad a_0 = \gamma_1\delta_1r_2;$$

$$a_1 = \gamma_1(CR_2r_2\delta_2 + \ell\delta_3);$$

$$a_2 = \gamma_1(\delta_1r_2\delta_5 + C\ell R_2\delta_4);$$

$$a_3 = C\ell\gamma_1(L\delta_3 + cR_2r_2\delta_2), \quad a_4 = LC\ell c\gamma_1\delta_1r_2.$$

Вначале на мостовую цепь подается последовательность импульсных сигналов прямоугольной формы. При воздействии очередного такого импульса в измерительной диагонали моста после окончания переходного процесса устанавливается напряжение неравновесия, неизменяющееся в течение интервала времени от окончания переходного процесса до окончания питающего импульса и имеющее плоскую вершину. Напряжение этой вершины приводится к нулю регулировкой переменного сопротивления r_1 уравновешивающего резистора, в результате чего выполняется первое из условий равновесия моста (25) — A_1 .

Затем на генераторную диагональ подается последовательность импульсов линейно изменяющейся формы. При воздействии очередного импульса на выходе мостовой цепи после окончания переходного процесса устанавливается напряжение с плоской вершиной, которое при-



водится к нулю регулировкой переменной индуктивности ℓ уравновешивающей катушки. Этим обеспечивается выполнение второго условия равновесия (25) — A_2 . При этом условие A_1 не нарушается, поскольку оно не зависит от индуктивности ℓ .

Далее на генераторную диагональ мостовой цепи поступают импульсы квадратичной формы и, в последнюю очередь, — импульсы кубической формы. В измерительной диагонали моста при воздействии очередного импульса устанавливается сигнал неравновесия. Этот сигнал после окончания переходного процесса имеет плоскую вершину. Напряжение такой вершины приводится к нулю при воздействии очередного квадратичного импульса регулировкой переменного сопротивления r_2 уравновешивающего резистора. В результате выполняется третье условие равновесия — A_3 , при этом сохраняется выполнение условий A_1 и A_2 в (25), так как они не зависят от переменного параметра r_2 .

Напряжение плоской вершины при воздействии на мостовую цепь очередного импульса кубической формы приводится к нулю выполнением четвертого условия равновесия (25) — A_4 , что обеспечивается регулировкой переменной емкости c уравновешивающего конденсатора. Эта емкость влияет только на четвертое условие равновесия и поэтому выполнение условия A_4 не нарушает выполнение условий A_1 , A_2 и A_3 .

В рассматриваемом варианте моста реализован заземление двух многоэлементных двухполюсников (по существу, заземление всех имеющихся здесь многоэлементных двухполюсников): объекта измерения и уравновешивающего двухполюсника. Приведенная мостовая цепь обладает свойством раздельного зависимого уравновешивания, производимого в определенной последовательности: $r_1 — \ell — r_2 — c$. Условия равновесия совпадают с условиями частотной независимости ЧНД при выполнении условия (21) [4]. Четыре искомых параметра двухполюсника объекта измерения (R_1 , R_2 , L и C) находятся из четырех условий равновесия (25) мостовой цепи после завершения ее уравновешивания. В этом состоянии сопротивление многоэлементного двухполюсника в первой ветви моста (см. рис. 2) является резистивным и равно значению R вне зависимости от значений параметров двухполюсника объекта измерения и параметров

элементов уравновешивания. Тогда нагрузка питающего мост генератора тоже резистивная, а это предпочтительный вариант, ибо такая нагрузка не добавляет искажения формы питающих импульсов. Искажения вызывают емкости и индуктивности нагрузки.

Имеющийся вариант нагрузки R_h для питающего мост генератора импульсов не только не вызывает искажения формы питающих импульсов, но и не приводит к нестабильности их амплитуды. Это объясняется тем, что из четырех сопротивлений, образующих сопротивление R_h , три — R_0 , R_{01} и R_{02} — являются постоянными (рис. 2), а четвертое сопротивление в состоянии равновесия моста имеет одно и то же (неизменное) значение, равное R . Тогда сопротивление нагрузки является постоянным ($R_h = \text{const}$) и не приводит к нестабильности амплитуды питающих мост импульсов. Наличие выходного сопротивления питающего генератора при нестабильности R_h приводит к нестабильности амплитуды питающих импульсов.

Выводы

В статье обосновано свойство ЧНД с диссипативными обратными двухполюсниками, содержащими разнородные реактивные элементы, оказывать электрическому току резистивное сопротивление, равное R , при выполнении не всех, а определенной части УЧН. Обоснован целесообразный путь анализа подобных ЧНД и приведен пример такого анализа. Кроме того, дан пример практического использования рассмотренных ЧНД в четырехплечих мостовых цепях нетрадиционной конфигурации, в которых заземлены многоэлементные двухполюсник объекта измерения с искомыми параметрами и уравновешивающий двухполюсник с переменными регулируемыми параметрами. В таких мостах появляется возможность исключить составляющие погрешности измерения от паразитной емкости многоэлементного двухполюсника относительно «земли» и от нестабильности этой емкости. В состоянии равновесия мостовые цепи рассматриваемой конфигурации — наилучший вариант нагрузки для питающего генератора. На их основе можно строить входные узлы устройств сбора и первичной обработки информации систем автоматики, управления, регулирования и диагностирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балабанян Н. Синтез электрических цепей. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1961. 416 с.
2. Бессонов Л.А. Линейные электрические цепи. Новые разделы курса теоретических основ электротехники. М.: Высшая школа, 1983. 336 с.
3. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. Л.: Энергоиздат, 1981. Т. 1. 536 с.
4. Передельский Г.И., Диденко Ю.В., Афонин Е.Л. Частотно-независимые двухполюсники на основе четырехплечих мостовых цепей // Электричество. 1998. №1. С. 71–76.
5. Peredel'skii G.I. A property of potentially frequency-independent two-terminal networks // Electrical Technology Russia. 2000. № 4. P. 67–76.
6. Передельский Г.И., Нечаев И.А., Афонин Е.Л. Анализ сложных измерительных цепей операторным методом // Сборник трудов 8-й международной научно-технической конференции «Спутниковые системы связи и навигации». Красноярск: Издательство КГТУ, 1997. С. 180–187.
7. Фадеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. М.: Наука, 1968. 304 с.
8. Окунев Л.Я. Высшая алгебра. М.: Учпедгиз, 1958. 336 с.
9. Передельский Г.И. Мостовые цепи с импульсным питанием. М.: Энергоатомиздат, 1988. 199 с.
10. Нижний С.М. Мосты переменного тока. М.—Л.: Энергия, 1966. 128 с.

REFERENCES

1. Balabanyan N. Sintez elektricheskikh tsepey. [Synthesis of electrical circuits.] Moscow — Leningrad: Gosenergoizdat, 1961. 416 s. (rus.)
2. Bessonov L.A. Lineynyye elektricheskiye tsepi. Novyye razdely kursa teoreticheskikh osnov elektrotehniki. [Linear electric circuits. New sections of the course theoretical foundations of electrical engineering.] Moscow: Vysshay shkola, 1983. 336 sp. (rus.)
3. Neyman L.R., Demirchyan K.S. Teoreticheskiye osnovy elektrotehniki. [Theoretical foundations of electrical engineering.] Leningrad: Energoizdat, 1981. T. 1. 536 p. (rus.)
4. Peredelskiy G.I., Didenko Yu.V., Afonin Ye.L. Chastotno-nezavisimyye dvukhpoliusniki na osnove chetyrekhplechikh mostovykh tsepey. [Frequency-independent two-terminal networks based on four — arms bridge circuits]. *Electrichestvo*. 1998. №1, S. 71–76. (rus.)
5. Peredel'skii G.I. A property of potentially frequency-independent two-terminal networks. *Electrical Technology Russia*. 2000. №4, P. 67–76.
6. Peredelskiy G.I., Nechayev I.A., Afonin Ye.L. Analiz slozhnykh izmeritelnykh tsepey operatornym metodom [Analysis of complex measuring circuits of the operator method]/ *Sbornik trudov 8-y mezhdunarodnoy nauchno-tehnicheskoy konferentsii «Sputnikovyye sistemy svyazi i navigatsii»*. [Proceedings of the 8th international scientific—technical conference «Satellite communication systems and navigation».] Krasnoyarsk: Publishing house of Krasnoyarsk state technological University. 1997. S. 180–187/ (rus.)
7. Faddeev D.K., Sominskiy I.S. Sbornik zadach po vysshey algebre/ [Collection of problems in higher algebra.] Moscow: Nauka, 1968. 304 s. (rus.)
8. Okunev L.Ya. Vysshaya algebra. [Higher algebra.] Moscow: Uchpedgiz, 1958. 336 s. (rus.)
9. Peredelskiy G.I. Mostovyye tsepi s impulsnym pitaniyem/ [Bridge circuit with pulsed power.] Moscow: Energoatomizdat, 1988. 199 s. (rus.)
10. Nizhniy S.M. Mosty peremennogo toka. [Bridges of alternating current.] Moscow — Leningrad: Energia, 1966. 128 s. (rus.)

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ПЕРЕДЕЛЬСКИЙ Геннадий Иванович — доктор технических наук профессор Юго-Западного государственного университета. 305040, Россия, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.. E-mail: didenco.1965@mail.ru

ДИДЕНКО Юрий Владимирович — старший начальник смены электростанции ТЭЦ-4 ООО «Курская теплосетевая компания». 305000, г. Курск, ул. Нижняя Набережная, 9. E-mail: didenco.1965@mail.ru

AUTHORS

PEREDELSKY Gennadii I. — Southwest State University. 94, 50 let Oktyabrya, Kursk, Russia, 305040. E-mail: didenco.1965@mail.ru

DIDENKO Yurii V. — The limited liability company «Kursk heat distribution company». 9, Nizhnya Naberzhnya St., Kursk, Russia, 305000. E-mail: didenco.1965@mail.ru