

DOI: 10.18721/JEST.230110

УДК 621.313.322–81

Р.Э. Шевчук, А.В. Гаев

МЕТОД ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О КОЛЕБАНИЯХ СЕРДЕЧНИКОВ СТАТОРОВ

Актуальная инженерная задача при проектировании турбогенераторов — вибрационная отстройка всех ответственных элементов, к которым, в частности, относится сердечник статора. В первую очередь процедура подразумевает проведение оценки собственных частот и амплитуд колебаний исследуемого элемента. В работе рассмотрены общепринятые аналитические подходы к расчету собственных частот колебаний сердечников статоров турбогенераторов, используемые в инженерной практике, в которых математическая модель сердечника описывается уравнениями теории стержней. Таким образом, сердечник в них представляет собой кольцо. Оценка параметров, отражающих его вибрационное состояние, (например, собственных частот и форм колебаний) может быть произведена корректно при условии тонкостенности сердечника. Однако на практике радиальная ширина спинки сердечника статора турбоагрегата сопоставима со средним радиусом спинки, поэтому применение указанных моделей может повлечь неудовлетворительную точность результатов расчетов. В целях решения этой проблемы предложен аналитический метод расчета собственных частот сердечника статора, основанный на его представлении в качестве длинного толстостенного цилиндра. Точность расчета собственных частот верифицирована результатами конечно-элементного моделирования колебаний сердечника. Показано, что предложенный метод позволяет получить уточненные результаты по сравнению с формулами, используемыми в инженерной практике.

СТАТОР; СЕРДЕЧНИК; КОЛЕБАНИЯ; СОБСТВЕННАЯ ЧАСТОТА; ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ; МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ.

Ссылка при цитировании:

Р.Э. Шевчук, А.В. Гаев. Метод приближенного решения задачи о колебаниях сердечников статоров // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2017. Т. 23. № 1. С. 98–106. DOI: 10.18721/JEST.230110

R.E. Shevchuk, A.V. Gaev

AN APPROXIMATE SOLUTION METHOD TO STATOR CORE VIBRATION PROBLEM

Resonant frequency tuning of all critical elements is an actual engineering challenge in designing turbo generators. In particular, one of these elements is the stator core. First, the procedure involves assessment of the eigenfrequencies and amplitudes of vibrations of the element. The present study considers the well-known analytical approaches to the calculation of the vibrational eigenfrequencies of stator cores of turbo generators. In these approaches, a mathematical model of the core represents the dynamics of a ring in terms of rod theory. Consequently, it is possible to estimate the eigenfrequencies and vibrational modes correctly only in the case of the thin-walled core. Practically, however, the radial width of the outer side of the turbo generator's stator core is comparable with its average radius, so the use of these models can result in unsatisfactory accuracy of calculations. In order to solve this problem, the present study provides an analytical method for the calculation of eigenfrequencies of the stator core. The method represents the core as a long thick-walled cylinder. The results of finite-element modeling of the core vibrations verify the accuracy of the calculation of eigenfrequencies. The study shows that the proposed method gives more accurate results than the formulas used in engineering practice.

STATOR; CORE; VIBRATION; EIGENFREQUENCY; NUMERICAL MODELING; FINITE ELEMENT METHOD.

Citation:

R.E. Shevchuk, A.V. Gaev, An approximate solution method to stator core vibration problem, St. Petersburg polytechnic university journal of engineering sciences and technology, 23 (1) (2017) 98–106, DOI: 10.18721/JEST.230110

Введение

Две основные части турбогенераторов — это вращающийся ротор и неподвижный статор. Статор турбогенератора состоит из полого цилиндрического сердечника, во внутренние пазы которого укладывается обмотка, элементов крепления и корпуса (рис. 1).

Сердечник статора имеет гетерогенную шихтованную структуру и набирается из сегментов толщиной 0,35–0,5 мм в пакеты толщиной 40–70 мм. Для улучшения качества связи между сегментами на листы активной стали наносится слой лакового покрытия толщиной около 0,05 мм.

Пакеты сердечника разделены вентиляционными радиальными каналами шириной 5–10 мм, которые образованы с помощью дистанционных распорок обычно прямоугольного поперечного сечения.

Ввиду сложности структуры сердечника в расчетах она заменяется однородной (гомогенной). В аналитических расчетах обычно предполагается, что материал сердечника изотропен [1–3], а в численных расчетах он моделируется как изотропным [4, 5], так и ортотропным материалом [6, 7].

Эффективные ортотропные свойства материала сердечника могут быть исследованы экспериментально или с использованием численных методов [8, 9], например методом прямой гомогенизации [10, 11].

Одной из важнейших задач, возникающих еще на стадии проектирования турбогенератора, является проведение процедуры виброотстройки всех ответственных элементов, в том числе и сердечника статора, для обеспечения вибрационной надежности. Среди прочего она включает в себя корректную оценку спектра собственных частот сердечника.

Для проведения подобных расчетов в инженерной практике используются аналитические подходы, основанные на представлении сердечника в виде тонкого кольца. Несмотря на такое несомненное преимущество, как простота использования, область их применения оказывается ограниченной из-за погрешности, возникающей вследствие принятых допущений.

Приходится расширять отстраиваемый диапазон (обычно 90–120 Гц) на величину возникающей погрешности.

Поэтому проведение уточненного расчета спектра собственных частот — актуальная задача. В статье рассматриваются аналитические и численные методы, позволяющие выполнить такую оценку.

Цель работы — предложить аналитический метод расчета собственных частот плоских колебаний сердечника статора, позволяющий получать результаты, уточненные по сравнению с методами, используемыми для проведения подобных оценок в инженерной практике.

Для верификации точности результатов, получаемых при использовании теоретических формул, выполнено сопоставление числовых значений собственных частот с данными конечно-элементного моделирования свободных колебаний сердечника с заданными физико-механическими свойствами и геометрическими параметрами.

Ниже представлены численные (Ч1* — Ч2) и аналитические (А1 — А4*) методы расчета собственных частот сердечника статора. Здесь и далее символ * в названии метода обозначает учет пазовой части, которая представляет собой зубцы в активной стали сердечника.

Численные методы определения собственных частот колебаний сердечника

Методы Ч1* и Ч2. С целью дальнейшей оценки точности расчетов собственных частот аналитическими методами проведено численное



Рис. 1. Схема конструкции турбогенератора

определение методом конечных элементов (МКЭ) в системе ANSYS собственных частот и соответствующих форм колебаний сердечника статора с учетом (метод Ч1*) и без учета (метод Ч2) пазовой части. Результаты расчета собственных частот, полученные при использовании метода Ч1*, как наиболее корректные, используются для оценки границ применимости методов А1–А4* и Ч2. Введение в рассмотрение метода Ч2 необходимо для оценки влияния пазовой части на спектр собственных частот сердечника.

Рассмотрим сердечник со следующими геометрическими размерами: длина — 7,15 м, наружный диаметр — 2,95 м.

Сердечник предполагается цельнометаллическим со следующими упругими изотропными физико-механическими свойствами: модуль Юнга — $E = 200$ ГПа; коэффициент Пуассона — $\nu = 0,3$, плотность — $\rho = 7850$ кг/м³ [1].

Численное моделирование выполняется элементами, имеющими функцию формы второго порядка, с проверкой сходимости численных результатов по конечно-элементной сетке.

Значения первых трех изгибных (И) и радиальных (Р) собственных частот, полученные при использовании методов Ч1* и Ч2, приведены в таблице (см. «Результаты»), а соответствующие формы колебаний — на рис. 2. Цифры в круглых скобках представляют соответственно порядковый номер корня при увеличении частоты и угловой индекс (см. «Метод М3»).

Для агрегированной оценки отклонения от спектра, полученного методом Ч1*, используется среднеквадратическое отклонение (СКО) σ , %, по рассмотренному спектру из 6 собственных частот.

По результатам проведенного анализа можно заключить, что влияние пазовой части на спектр собственных частот является существенным и составляет 11,2 % по СКО (Ч2). При этом отклонение первой изгибной частоты, являющейся одной из основных форм колебаний сердечника [1], составляет 10,2 %.

Такая точность оценки собственных частот может оказаться недостаточной при вибрационной отстройке сердечника и потребовать значительного расширения отстраиваемого диапазона.

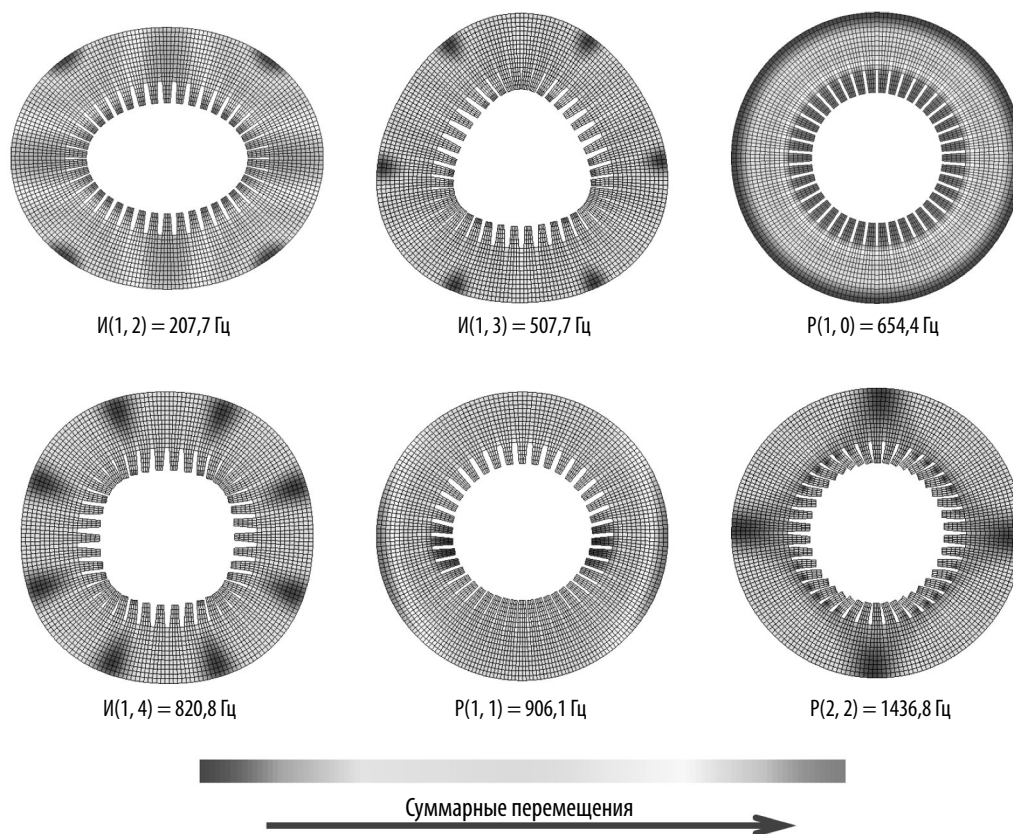


Рис. 2. Собственные формы плоских колебаний сердечника (метод Ч1*)

Существующие аналитические методы определения собственных частот колебаний сердечника

Метод А1. Собственные частоты колебаний сердечника аналитически зачастую определяются исходя из предположения, что он представляет собой тонкое кольцо, т. е. его радиальная ширина мала по сравнению со средним радиусом спинки. Решение задачи о радиальных и изгибных колебаниях кольца широко освещено в литературе [1, 12–14]. Соответствующие частоты могут быть представлены в следующем виде:

$$f_n^r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{1+n^2} \frac{1}{R_c} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \text{ для } n \geq 0;$$

$$f_n^b = \frac{1}{2\pi} \frac{n(n^2-1)}{\sqrt{1+n^2}} \frac{1}{R_c^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \text{ для } n > 1,$$

где n — номер собственной частоты; f_n^r — частота радиальных колебаний кольца, Гц; f_n^b — частота изгибных колебаний кольца, Гц; R_c — средний радиус спинки, м; E — модуль Юнга материала, Па; ρ — плотность материала, кг/м³; I — геометрический момент инерции поперечного сечения, м⁴; A — площадь поперечного сечения кольца, м².

При подстановке заданных числовых значений получим превышение 15,2 % в определении основной изгибной частоты, при этом СКО по первым 6 частотам составит 28,1 % (см. табл.).

Таким образом, использование метода А1 в расчетах предполагает значительное расширение отстраиваемого диапазона, минимум на 15 % — величину отклонения от численного решения методом Ч1* для основной изгибной частоты.

Метод А2*. Наличие в сердечнике зубцов практически не влияет на его жесткость, но дает дополнительный вклад в инерционную нагрузку [2]. Ее учет приводит к следующим формулам для определения собственных частот:

$$f_0^r = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{R_c} \sqrt{\frac{Ehl}{\rho A}};$$

$$f_1^r = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{R_c} \sqrt{2 \frac{3R_c^2 + h^2}{4R_c^2 + h^2} \frac{Ehl}{\rho A}};$$

$$f_n^b =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \frac{n(n^2-1)}{\sqrt{1+n^2}} \frac{h}{R_c^2} \sqrt{\frac{Ehl}{12\rho A \left(1 + \frac{n^2 h^2}{4R_c^2}\right)}} \text{ для } n > 1,$$

где h — высота спинки, м; l — длина сердечника, м. Здесь ρ — приведенная плотность сердечника, выраженная через плотность спинки, кг/м³.

Отметим, что представленные формулы справедливы для сердечников с небольшой высотой спинки ($h/R_c \ll 1$), в то время как для турбогенераторов отношение h/R_c обычно составляет 0,4–0,6.

Результаты, полученные методом А2*, учитывающим инерционную нагрузку от зубцов, значительно точнее: отклонение в определении первой собственной частоты составляет 4,6 % при СКО = 8,6 % (см. табл.).

Метод А3. Этот метод принципиально отличается от предыдущих вариантов учетом толстостенности в расчетах: математическая модель здесь описывает диск, а не кольцо. Опыт применения таких моделей в отечественной инженерной практике отсутствует.

В случае осесимметричных радиальных колебаний собственные частоты тонкого диска могут быть найдены для любых возможных соотношений h/R_c из уравнения равновесия [15]

$$u'' + \frac{1}{r} u' - \frac{1}{r^2} u = \frac{1}{c^2} \ddot{u},$$

где $u = u(r, t)$ — радиальное перемещение текущей точки, м; r — ее радиальная координата, м; t — время, с; $c = \sqrt{E/[\rho(1-\nu)^2]}$ — скорость распространения продольной волны в материале, м/с. Поскольку длина сердечника в несколько раз превышает линейные размеры поперечного сечения и в конструкции статора он является зажатым с обоих торцов нажимными кольцами (то есть, продольная деформация $\epsilon_z = 0$), напряженное состояние в сечении окажется близким к плоскодеформированному состоянию (ПДС). В соответствии с обобщенным законом Гука в этом случае необходимо перейти к приведенным величинам модуля Юнга $E_1 = E/(1 - \nu^2)$ и коэффициента Пуассона $\nu_1 = \nu/(1 - \nu)$, а соответственно, и c_1 .

Решение последнего уравнения предлагает искать методом Фурье, представив искомую функцию $u(r, t)$ в виде произведения $u(r, t) = R(r)T(t) = R(r)\cos(\omega_n t + \gamma)$. Тогда

$$R'' + \frac{1}{r}R' + \left(\frac{\omega_n^2}{c_1^2} - \frac{1}{r^2}\right)R = 0,$$

где ω_n — неизвестная собственная частота, рад/с. Это дифференциальное уравнение имеет нетривиальное решение в виде линейной комбинации функций Бесселя J_1 и Y_1 :

$$R_n(r) = AJ_1\left(\frac{\omega_n r}{c_1}\right) + BY_1\left(\frac{\omega_n r}{c_1}\right),$$

где A и B — неизвестные коэффициенты, определяемые граничными условиями. Для закрепленной границы справедливо равенство нулю радиальных перемещений ($R = 0$); для свободной — отсутствие радиальных напряжений на границе ($\sigma_r = 0$), что эквивалентно условию $R' + \nu R/r = 0$.

Функция $R_n(r)$ по своему физическому смыслу соответствует собственной форме колебаний с частотой ω_n . Собственные частоты могут быть получены из частотного уравнения приравниванием нулю определителя матрицы, образованной при коэффициентах A и B .

Введем обозначения: $\omega_n R_i/c_1 = a_1$; $\omega_n R_o/c_1 = b_1$, где R_i — внутренний радиус полого цилиндра, м; R_o — внешний, м. Для длинного цилиндра, обе границы которого свободны от закрепления, частотное уравнение осесимметричных колебаний представим в виде

$$\begin{aligned} & \left[\frac{a_1}{R_i} J_0(a_1) + \frac{\nu_1 - 1}{R_i} J_1(a_1) \right] \times \\ & \times \left[\frac{b_1}{R_o} Y_0(b_1) + \frac{\nu_1 - 1}{R_o} Y_1(b_1) \right] - \\ & - \left[\frac{b_1}{R_o} J_0(b_1) + \frac{\nu_1 - 1}{R_o} J_1(b_1) \right] \times \\ & \times \left[\frac{a_1}{R_i} Y_0(a_1) + \frac{\nu_1 - 1}{R_i} Y_1(a_1) \right] = 0. \end{aligned}$$

При заданных геометрических параметрах и физико-механических свойствах собственные частоты ω_n могут быть определены численно.

В случае неосесимметричных колебаний в теле цилиндра возникнут плоские касательные напряжения $\tau_{r\theta}$. Тогда в искомой функции, удовлетворяющей уравнению равновесия, отразится влияние угла θ : $u(r, \theta, t)$. Кроме того, функция u теперь отражает не только перемещения в радиальном направлении, как было в случае осевой симметрии колебаний, но и в окружном; соответственно рассмотрим две отдельные функции перемещений — $u_r(r, \theta, t)$ и $u_\theta(r, \theta, t)$.

В дополнение к продольным волнам, вызывающим растяжение—сжатие в радиальном направлении, на неосесимметричных собственных частотах появятся сдвиговые волны. Обозначим скорость их распространения в материале тела как c_2 , м/с; при этом $c_2^2 = \mu/\rho$; μ — модуль сдвига (также один из параметров Ламе), Па; $\mu = E/[2(1 + \nu)]$. Поэтому каждую из искомым функций u_r и u_θ представим в виде суперпозиции двух, отвечающих соответственно за продольные и сдвиговые колебания.

На свободных границах тела нормальные σ_n и касательные τ_{nr} напряжения отсутствуют, что для цилиндра эквивалентно $\sigma_r = 0$, $\tau_{r\theta} = 0$. Из теории упругости известны соотношения между напряжениями σ_r , $\tau_{r\theta}$ и перемещениями u_r , u_θ в цилиндрической системе координат:

$$\sigma_r = \lambda \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} \right) + 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r};$$

$$\tau_{r\theta} = \mu \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta}{r} \right),$$

где λ — параметр Ламе, Па; $\lambda = \nu E/[1 + \nu(1 - 2\nu)]$.

Ввиду того, что радиальные и изгибные формы свободных колебаний цилиндра обладают циклической симметрией, функцию u_r по аналогии со случаем осесимметричных колебаний будем искать в виде $R^1(r)\cos(m\theta)\cos(\omega_n t + \gamma)$, где m — число плоскостей симметрии. Исходя из соотношений между напряжениями и перемещениями представим функцию $u_\theta = R^2(r)\sin(m\theta)\cos(\omega_n t + \gamma)$.

В [16] показано, что функции $R^1(r)$ и $R^2(r)$ (для удобства примем, что сдвиг фаз $\gamma = 0$) следует искать в виде

$$R^1(r) = A^1 J'_m \left(\frac{\omega_n r}{c_1} \right) + B^1 Y'_m \left(\frac{\omega_n r}{c_1} \right) +$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{m}{r} \times \left[A^2 J_m \left(\frac{\omega_n r}{c_2} \right) + B^2 Y_m \left(\frac{\omega_n r}{c_2} \right) \right]; \\
 R^2(r) = & - \frac{m}{r} \times \left[A^1 J_m \left(\frac{\omega_n r}{c_1} \right) + B^1 Y_m \left(\frac{\omega_n r}{c_1} \right) \right] - \\
 & - \left[A^2 J'_m \left(\frac{\omega_n r}{c_2} \right) + B^2 Y'_m \left(\frac{\omega_n r}{c_2} \right) \right],
 \end{aligned}$$

где A^1, B^1, A^2 и B^2 — неизвестные константы, определяемые подстановкой граничных условий; символ ' здесь обозначает дифференцирование по r . Подставив $R^1(r)$ и $R^2(r)$ в граничные условия по σ_r и $\tau_{r\theta}$ для внутренней ($r = R_i$) и внешней ($r = R_o$) поверхностей цилиндра, получим матрицу S размерности 4×4 при неизвестных коэффициентах. Введем обозначения: $\omega_n R_i / c_2 = a_2$; $\omega_n R_o / c_2 = b_2$. Первые две строки матрицы S для условий на внутренней поверхности:

$$S_{1,1} = -\lambda \left(\frac{a_1}{R_i} \right)^2 J_m(a_1) + 2\mu J''_m(a_1);$$

$$S_{1,2} = -\lambda \left(\frac{a_1}{R_i} \right)^2 Y_m(a_1) + 2\mu Y''_m(a_1);$$

$$S_{1,3} = \frac{2\mu m}{R_i} \left[J'_m(a_2) - \frac{1}{R_i} J_m(a_2) \right];$$

$$S_{1,4} = \frac{2\mu m}{R_i} \left[Y'_m(a_2) - \frac{1}{R_i} Y_m(a_2) \right];$$

$$S_{2,1} = \frac{2\mu m}{R_i} \left[-J'_m(a_1) + \frac{1}{R_i} J_m(a_1) \right];$$

$$S_{2,2} = \frac{2\mu m}{R_i} \left[-Y'_m(a_1) + \frac{1}{R_i} Y_m(a_1) \right];$$

$$S_{2,3} = \mu \left[-J''_m(a_2) - \frac{n^2}{R_i^2} J_m(a_2) + \frac{1}{R_i} J'_m(a_2) \right];$$

$$S_{2,4} = \mu \left[-Y''_m(a_2) - \frac{n^2}{R_i^2} Y_m(a_2) + \frac{1}{R_i} Y'_m(a_2) \right].$$

Третью и четвертую строки матрицы для граничных условий на внешней поверхности ци-

линдра заполняем аналогичным образом. Для получения частотного уравнения определитель матрицы S приравняем нулю.

Следует отметить совпадение собственных частот, полученных аналитически рассматриваемым методом АЗ и численно методом Ч2 для случая цилиндрического сердечника без учета пазовой части (см. табл. 1), что говорит о корректности полученного частотного уравнения.

Таблица

Результаты расчета собственных частот плоских колебаний сердечника

Метод расчета	Мода	f , Гц	Δ , %	σ , %
Ч1*	И (1,2)	207,7	—	—
	И (1,3)	507,7	—	
	Р (1,0)	654,4	—	
	И (1,4)	820,8	—	
	Р (1,1)	906,1	—	
	Р (2,2)	1436,8	—	
Ч2	И (1,2)	228,9	10,2	11,2
	И (1,3)	574,9	13,2	
	Р (1,0)	719,5	10,0	
	И (1,4)	971,0	18,3	
	Р (1,1)	960,1	6,0	
	Р (2,2)	1467,7	2,2	
А1	И (1,2)	239,2	15,2	28,1
	И (1,3)	676,5	33,2	
	Р (1,0)	670,1	2,4	
	И (1,4)	1297,1	58,0	
	Р (1,1)	947,7	4,6	
	Р (2,2)	1498,4	4,3	
А2*	И (1,2)	217,2	4,6	8,6
	И (1,3)	556,5	9,6	
	Р (1,0)	670,1	2,4	
	И (1,4)	953,8	16,2	
	Р (1,1)	979,0	8,1	
	Р (2,2)	—	—	
А3	И (1,2)	228,9	10,2	11,2
	И (1,3)	574,9	13,2	
	Р (1,0)	719,5	10,0	
	И (1,4)	971,0	18,3	
	Р (1,1)	960,1	6,0	
	Р (2,2)	1467,7	2,2	
А4*	И (1,2)	210,9	1,5	4,9
	И (1,3)	529,6	4,3	
	Р (1,0)	662,9	1,3	
	И (1,4)	894,5	9,0	
	Р (1,1)	884,4	-2,4	
	Р (2,2)	1352,1	-5,9	

Решения для частотного уравнения свободных плоских колебаний цилиндра, схожие с полученным, можно встретить в литературе [16, 17]. Однако, при применении указанных решений в задаче о колебаниях сердечника теоретически рассчитанные собственные частоты могут значительно отличаться от экспериментальных, из-за неучета влияния пазовой части.

Разработанный аналитический метод определения собственных частот колебаний сердечника

Метод А4*. Для решения проблемы предлагается использовать следующий метод. Воспользуемся применительно к полученному в А3 частотному уравнению подходом, использованным в [2] при решении задачи о колебаниях тонкого кольца с учетом пазовой части. В целях учета влияния инерционной нагрузки от зубцов распределим приходящуюся на них массу по спинке сердечника, произведя в S следующую замену: $\rho \rightarrow \rho M/M_0$, где M — масса сердечника, кг; M_0 — масса сердечника без пазовой части, кг.

Найдем собственные частоты сердечника из частотного уравнения относительно ω_n , полученного приравниванием нулю определителя преобразованной матрицы S .

Преимуществом разработанного метода является одновременный учет в математической модели толстостенности сердечника и инерции от наличия пазовой части. Это позволяет проводить уточненную оценку спектра собственных частот колебаний.

Результаты расчета показали (см. табл.), что наиболее точным аналитическим способом оценки является разработанный метод А4* с наименьшим СКО (4,9 %). Первая изгибная частота, являющаяся одной из основных форм колебаний сердечника, также имеет самую высокую точность — отклонение в 1,5 % от численного метода Ч1*, т. е. в 3 раза меньше, чем при использовании метода А2*.

Разработанный метод А4* расчета собственных частот плоских колебаний сердечника в пер-

вую очередь будет полезен инженерным отделам, занимающимся проектированием турбогенераторов.

Результаты

Для заданных геометрических параметров и свойств материала значения первых трех изгибных (И) и радиальных (Р) собственных частот, полученные при использовании описанных численных и аналитических методов, приведены в таблице. Цифры в круглых скобках у мод представляют собой номера данной частоты и формы колебаний; f — собственная частота, Гц; Δ — отклонение данной частоты от значения, полученного методом Ч1*, %.

Судя по полученным результатам, в математической модели целесообразно учитывать инерционную нагрузку от пазовой части сердечника ввиду ее существенного влияния. В противном случае может потребоваться значительное расширение отстраиваемого частотного диапазона на величину возникающей погрешности.

Заключение

Обоснована целесообразность учета пазовой части в математических моделях колебаний сердечников.

Разработан аналитический метод расчета собственных частот плоских колебаний сердечников статоров турбогенераторов. В отличие от используемых в инженерной практике подходов, он основан на представлении сердечника в виде толстостенного цилиндра, а не кольца. В математической модели учтено инерционное воздействие от пазовой части.

Достоверность метода верифицирована сравнением с результатами конечно-элементного моделирования задачи о свободных плоских колебаниях сердечника.

Проведенные расчеты показали, что предложенный метод позволяет проводить оценки с более высокой степенью точности, чем используемые в настоящее время в инженерной практике подходы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Титов В.В., Хуторецкий Г.М., Загородная Г.А., Вартамян Г.П., Заславский Д.И., Смотров И.А. Турбогенераторы. Расчет и конструкция. Л.: Энергия, 1967. 896 с.
2. Детинко Ф.М., Загородная Г.А., Фастовский В.М. Прочность и колебания электрических машин. Л.: Энергия, 1969. 440 с.

3. **Иогансен В.И.** Исследование и разработка методов расчета и конструирования основных узлов высокоиспользованных турбогенераторов: дис. ... д-ра техн. наук / СПб., ОАО «Электросила». 2003. 274 с.

4. **Williams K., Wang H.** The effect of laminations on the vibrational modes of circular annular plates // *Experimental Mechanics*. 1996. Vol. 36, № 2. P. 180–186.

5. **Tang Z., Pillay P., Omekanda A.M., Li C., Cetinkaya C.** Young's Modulus for Laminated Machine Structures With Particular Reference to Switched Reluctance Motor Vibrations // *IEEE transactions on industry applications*. 2004. Vol. 40, № 3. P. 748–754.

6. **Long S., Zhu Z., Howe D.** Vibration behaviour of stators of switched reluctance motors // *Electric Power Applications. IEE Proceedings*. 2001. Vol. 148, № 3. P. 257–264.

7. **Bouzek L., Pechanek R.** Vibration behaviour of the asynchronous machine magnetic core // 15th European Conference on Power Electronics and Applications. 2013. P. 1–7.

8. **Гаев А.В., Шевчук Р.Э.** Многоуровневый подход к конечно-элементному моделированию вибрационного состояния элементов турбогенераторов, содержащих композиционные материалы // Проблемы вибрации, виброналадки, вибромониторинга и диагностики оборудования электрических станций сб. докл. VII Международной научно-технической конференции ОАО «ВТИ». 2013. С. 258–265.

9. **Шевчук Р.Э., Гаев А.В.** Методы конечно-элементного моделирования вибрационного состояния

элементов электрических машин, содержащих композитные структуры // Неделя науки СПбГПУ: материалы научно-практической конференции с международным участием. Институт прикладной математики и механики СПбГПУ. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2014. С.143–146.

10. **Боровков А.И., Пальмов В.А.** Шесть фундаментальных задач в механике упругих композитов и гомогенизация // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2008. № 4 (63). С.27–37.

11. **Боровков А.И., Пальмов В.А.** Базовые решения и регулярное разложение в механике периодических композитов // Труды СПбГТУ. № 498. Вычислительная математика и механика. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2006. С. 73–97.

12. **Тимошенко С.П.** Колебания в инженерном деле. М.: Наука, 1967. 444 с.

13. **Бидерман В.Л.** Теория механических колебаний. М.: Высшая школа, 1972. 408 с.

14. **Биргер И.А., Пановко Я.Г.** Прочность. Устойчивость. Колебания: Справочник в трех томах. Том 3. М.: Машиностроение, 1968. 569 с.

15. **Пановко Я.Г.** Основы прикладной теории колебаний и удара. Л.: Машиностроение, 1976. 320 с.

16. **Hamidzadeh H.R., Jazar R.N.** Vibrations of Thick Cylindrical Structures. Springer, 2010. 214 p.

17. **Chol-Su R., Myong-Jin K., Chol-Su K., Song-Jin I.** Study on the vibration displacement distribution of a circular ultrasonic motor stator // *Ultrasonics*. Vol. 59. 2015. P. 59–63.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ШЕВЧУК Роман Эдуардович — *М.Сс., инженер-конструктор ОАО «Научно-производственное объединение по исследованию и проектированию энергетического оборудования имени И.И. Ползунова»*. 191167, Санкт-Петербург, ул. Атаманская, д. 3/6. E-mail: re.shevchuk@gmail.com

ГАЕВ Александр Валерьевич — *кандидат технических наук заведующий лабораторией ОАО «Научно-производственное объединение по исследованию и проектированию энергетического оборудования имени И.И. Ползунова»*. 191167, Санкт-Петербург, ул. Атаманская, д. 3/6. E-mail: avgaev@gmail.com

REFERENCES

1. **Titov V.V., Khutoretskiy G.M., Zagorodnaya G.A., Vartanyan G.P., Zaslavskiy D.I., Smotrov I.A.** Turbogeneratory. Raschet i konstruktsiya. [Turbogenerators. Calculation and design]. Leningrad, Energiya, 1967. 896 s. (rus)

2. **Detinko F.M., Zagorodnaya G.A., Fastovskiy V.M.** Prochnost i kolebaniya elektricheskikh mashin. [Strength and vibrations of electric machines]. Leningrad, Energiya, 1969. 440 s. (rus)

3. **Iogansen V.I.** Issledovaniye i razrabotka metodov rascheta i konstruirovaniya osnovnykh uzlov vysokoispolzovannykh turbogeneratorov: diss. ... dokt. tekhn. nauk

[Research and development of methods of calculation and design of the basic elements of highly utilized turbogenerators: dissertation.] / St. Petersburg, ОАО «Elektrosila». 2003. 274 p. (rus)

4. **Williams K., Wang H.** The effect of laminations on the vibrational modes of circular annular plates. *Experimental. Mechanics*. 1996. Vol. 36, № 2. P. 180–186.

5. **Tang Z., Pillay P., Omekanda A.M., Li C., Cetinkaya C.** Young's Modulus for Laminated Machine Structures With Particular Reference to Switched Reluctance Motor Vibrations. *IEEE transactions on industry applications*. 2004. Vol. 40, № 3. P. 748–754.

6. Long S., Zhu Z., Howe D. Vibration behaviour of stators of switched reluctance motors. *Electric Power Applications. IEE Proceedings*. 2001. Vol. 148, № 3. P. 257–264.
7. Bouzek L., Pechanek R. Vibration behaviour of the asynchronous machine magnetic core. *15th European Conference on Power Electronics and Applications*. 2013. P. 1–7.
8. Gaev A.V., Shevchuk R.E. Mnogourovnevyy podkhod k konechno-elementnomu modelirovaniyu vibratsionnogo sostoyaniya elementov turbogeneratorov, sodержashchikh kompozitsionnyye materialy [A complex approach to the finite element modeling of the vibration condition of turbogenerators elements containing composite materials.] *Problemy vibratsii, vibronaladki, vibromonitoringa i diagnostiki oborudovaniya elektricheskikh stantsiy sb. dokl. VII Mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii*. Moscow, OAO «VTI». 2013. S. 258–265. (rus)
9. Shevchuk R.E., Gaev A.V. Metody konechno-elementnogo modelirovaniya vibratsionnogo sostoyaniya elementov elektricheskikh mashin, sodержashchikh kompozitnyye struktury. [Methods of finite-element modeling of the vibration state of the elements of electrical machines containing composite structures]. *Nedelya nauki SPbGPU: materialy nauchno-prakticheskoy konferentsii c mezhdunarodnym uchastiyem. Institut prikladnoy matematiki i mekhaniki SPbGPU*. St.Petersburg: SPbGPU Publ., 2014. S. 143–146. (rus)
10. Borovkov A.I., Palmov V.A. Shest fundamentalnykh zadach v mekhanike uprugikh kompozitov i homogenizatsiya. [Six fundamental problems in the mechanics of elastic composites and homogenization]. *St.Petersburg State Politechnical Universiti Journal*. St.Petersburg: SPbGPU Publ. 2008, № 4 (63). S. 27–37. (rus)
11. Borovkov A.I., Palmov V.A. Bazovyye resheniya i regulyarnoye razlozheniye v mekhanike periodicheskikh kompozitov. [Basic solutions and regular expansion in the mechanics of periodic composites]. // *Trudy SPbGTU. Vy-chislitel'naya matematika i mekhanika*. № 498. St. Petersburg: SPbGPU Publ., 2006. S. 73–97. (rus)
12. Timoshenko S.P. Kolebaniya v inzhenernom dele. [Vibrations in engineering]. Moscow: Nauka, 1967. 444 s. (rus)
13. Biderman V.L. Teoriya mekhanicheskikh kolebaniy. [The theory of mechanical vibrations]. Moscow: Vysshaya shkola, 1972. 408 s. (rus)
14. Birger I.A., Panovko Ya.G. Prochnost. Ustoychivost. Kolebaniya. Spravochnik v trekh tomakh. [Strength. Stability. Vibrations. Guide in three volumes. Vol. 3.] Moscow: Mashinostroyeniye, 1968. 569 s. (rus)
15. Panovko Ya.G. Osnovy prikladnoy teorii kolebaniy i udara. [Basics of applied theory of vibrations and impact]. Leningrad: Mashinostroyeniye, 1976. 320 s. (rus)
16. Hamidzadeh H.R., Jazar R.N. Vibrations of Thick Cylindrical Structures. Springer, 2010. 214 p.
17. Chol-Su R., Myong-Jin K., Chol-Su K., Song-Jin I. Study on the vibration displacement distribution of a circular ultrasonic motor stator. *Ultrasonics*. Vol. 59. 2015. P. 59–63.

AUTHORS

SHEVCHUK Roman E. — JSC «I.I. Polzunov Scientific and Development Association on Research and Design of Power Equipment». 3/6 Atamanskaya str., Saint-Petersburg, 191167, Russia. E-mail: re.shevchuk@gmail.com

GAEV Aleksandr V. — JSC «I.I. Polzunov Scientific and Development Association on Research and Design of Power Equipment». 3/6 Atamanskaya str., Saint-Petersburg, 191167, Russia. E-mail: avgav@gmail.com

Дата поступления статьи в редакцию: 30.10.2016.