

DOI: 10.18721/JEST.230108

УДК 621

*В.Г. Григулецкий, Ю.П. Савельев*

## **КОЭФФИЦИЕНТЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРИ ТЕЧЕНИИ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В КОЛЬЦЕВОМ ЗАЗОРЕ ДВУХ СООСНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТРУБ**

Рассматривается теоретическое описание динамики движения турбулентного потока жидкости в двух соосных цилиндрических трубопроводах с целью определения зависимости сопротивления движению от вязкости жидкости и соотношения размеров трубопроводов. Исследованы зависимости коэффициентов сопротивления от значений числа Рейнольдса при различной шероховатости поверхности труб и от соотношения их диаметров.

ТУРБУЛЕНТНОЕ ДВИЖЕНИЕ; КОЛЬЦЕВОЙ ЗАЗОР; ЧИСЛО РЕЙНОЛЬДСА; ГЛУБИННЫЕ ШТАНГОВЫЕ НАСОСЫ; КОЭФФИЦИЕНТ СОПРОТИВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЮ; ШЕРОХОВАТОСТЬ СТенок.

*Ссылка при цитировании:*

В.Г. Григулецкий, Ю.П. Савельев. Коэффициенты сопротивления при течении турбулентного потока вязкой жидкости в кольцевом зазоре двух соосных цилиндрических труб // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2017. Т. 23. № 1. С. 82–89. DOI: 10.18721/JEST.230108

*V.G. Griguleckii, Yu.P. Savel'ev*

## **DRAG COEFFICIENTS UNDER TURBULENT FLOW OF A VISCOUS FLUID IN THE ANNULAR GAP OF TWO COAXIAL CYLINDRICAL TUBES**

The problem of the theoretical description of the dynamics of turbulent fluid flow in two coaxial cylindrical pipelines is considered with the purpose of determining the dependence of the resistance to movement on its viscosity and the ratio of their magnitudes. The dependences of the drag coefficients on the Reynolds number are theoretically investigated for various roughnesses of the pipe surface and various ratios of their diameters.

TURBULENT MOTION; ANNULAR GAP; REYNOLDS NUMBER; DEEP ROD PUMPS; DRAG COEFFICIENT; WALL ROUGHNESS.

*Citation:*

V.G. Griguleckii, Yu.P. Savel'ev, Drag coefficients under turbulent flow of a viscous fluid in the annular gap of two coaxial cylindrical tubes, St. Petersburg polytechnic university journal of engineering sciences and technology, 23 (1) (2017) 82–89, DOI: 10.18721/JEST.230108

### **Введение**

В конструкциях многочисленных технических устройств применяют аксиально установленные цилиндрические трубы, в зазорах между которыми движутся жидкости с различными характеристиками вязкости. От этого параметра зависит характер их движения — ламинарный или турбулентный, что существенно влияет на затрачиваемую энергию, возникающие кавита-

ционные явления и связанные с этим разрушения поверхностей, по которым движется жидкость. В свою очередь их состояние влияет на характеристики ее движения.

Рассматриваемый процесс зависит от соотношения размеров соосных цилиндрических труб. В совокупности с физическими характеристиками описание движущейся жидкости представляет сложную гидротехническую и физико-механическую задачу.



В данной работе рассматривается проблема теоретического расчета уровня сопротивления течению жидкости, когда ее поток становится турбулентным, и условия возникновения такого течения. Ее решение дает возможность определить с учетом свойств жидкости оптимальные геометрические параметры труб.

Конструкции, состоящие из двух соосных цилиндрических труб различных диаметров, имеют широкое применение во многих технических устройствах: теплообменных системах типа «труба в трубе»; трубках Фильда; нефтегазодобывающих скважинах, состоящих из труб разных диаметров и окруженных внешней трубой (обсадная колонна) при наличии кольцевого зазора, по которому могут двигаться различные вязкие среды (от бурового раствора и до нефтегазовой среды, добываемой с различных глубин).

В процессах промывки забоя скважин при бурении, работы погружного лифта, глубинных штанговых насосов и др., как правило, характер течения жидких или газообразных сред в подобных технических системах — турбулентный, с повышенными значениями характерного числа Рейнольдса: при движении в кольцевом зазоре углеводородов (нефть, газ, конденсат) так называемое гидравлическое число Рейнольдса  $Re_h = \frac{\rho \bar{u} (d_2 - d_1)}{\mu} > 5 \cdot 10^6 - 1 \cdot 10^7$  ( $d_2 > d_1$ ,  $\bar{u}$  — среднemasовая скорость движения).

Потери расхода через кольцевое сечение трубного пространства из-за развивающейся с течением времени коррозии стенок зазора и увеличивающейся шероховатости стенок труб весьма высоки.

### Турбулентное движение жидкости в кольцевом зазоре

Приведем методику расчета турбулентного течения в кольцевом зазоре, основанную на идеях хорошо исследованной полуэмпирической

модели турбулентности, с введением понятия пути смешения в пристенной и других областях зоны турбулентности.

1. В соответствии с рис. 1 динамическое поле в установившемся и полностью развитом турбулентном потоке между двумя соосными цилиндрическими трубами описывается уравнением изменения импульса в направлении оси симметрии течения

$$0 = -\frac{dp}{dx} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{xr}), \quad (1)$$

где касательное напряжение трения  $\tau_{xr}$  задается следующими выражениями:

в зоне 2

$$\begin{aligned} \tau_{xr} &= \mu \frac{\partial v_{x_2}}{\partial r} - \rho l_2^2 \left( \frac{\partial v_{x_2}}{\partial r} \right)^2 = \\ &= \mu \frac{\partial v_{x_2}}{\partial r} \left( 1 - \frac{l_2^2}{\nu} \frac{\partial v_{x_2}}{\partial r} \right); \end{aligned} \quad (2)$$

в зоне 1

$$\begin{aligned} \tau_{xr} &= \mu \frac{\partial v_{x_1}}{\partial r} + \rho l_1^2 \left( \frac{\partial v_{x_1}}{\partial r} \right)^2 = \\ &= \mu \frac{\partial v_{x_1}}{\partial r} \left( 1 + \frac{l_1^2}{\nu} \frac{\partial v_{x_1}}{\partial r} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

По аналогии с гипотезой о пути смешения для турбулентного пристеночного течения в круглой трубе, переходящего в зону с максимумом скорости продольного течения вблизи оси симметрии трубы [1], запишем выражения для безразмерных величин путей смешения  $\frac{l_1}{R_S - R_1}$

и  $\frac{l_2}{R_2 - R_S}$  в следующем виде:

$$\frac{l_2}{R_2 - R_S} = \bar{l}_2 =$$

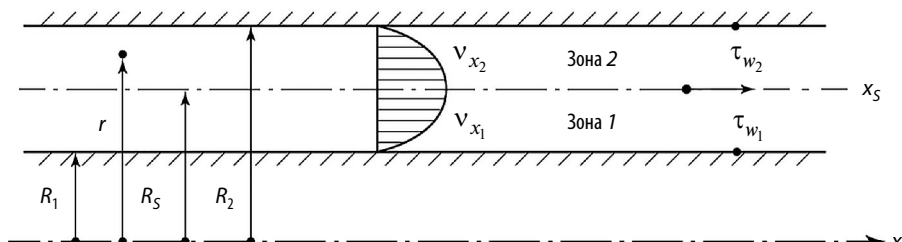


Рис. 1. Схема течения в кольцевом зазоре двух соосных цилиндрических труб

$$= \left[ 1 - e^{-\frac{1}{2A_+} \text{Re}_{h_2} \sqrt{\frac{\lambda_2}{8}} \frac{1-\eta}{1-\eta_S}} + e^{-\frac{d_2}{2C_+ \varepsilon_2} (1-\eta)} \right] \times \\ \times \left[ 0,4 \left( 1 - \frac{\eta - \eta_S}{1 - \eta_S} \right) - 0,44 \left( 1 - \frac{\eta - \eta_S}{1 - \eta_S} \right)^2 + \right. \\ \left. + 0,24 \left( 1 - \frac{\eta - \eta_S}{1 - \eta_S} \right)^3 - 0,06 \left( 1 - \frac{\eta - \eta_S}{1 - \eta_S} \right)^4 \right]; \quad (4)$$

$$\frac{l_1}{R_S - R_1} = \bar{l}_1 =$$

$$= \left[ 1 - e^{-\frac{1}{2A_+} \text{Re}_{h_2} \sqrt{\frac{\lambda_1}{8}} \frac{\bar{u}_1}{\bar{u}_2} \frac{\eta - \eta_1}{1 - \eta_S}} + e^{-\frac{d_1}{2C_+ \varepsilon_1} \frac{\eta - \eta_1}{\eta_1}} \right] \times \\ \times \left[ 0,4 \left( 1 - \frac{\eta_S - \eta}{\eta_S - \eta_1} \right) - 0,44 \left( 1 - \frac{\eta_S - \eta}{\eta_S - \eta_1} \right)^2 + \right. \\ \left. + 0,24 \left( 1 - \frac{\eta_S - \eta}{\eta_S - \eta_1} \right)^3 - 0,06 \left( 1 - \frac{\eta_S - \eta}{\eta_S - \eta_1} \right)^4 \right]. \quad (5)$$

Здесь обозначено:

$$\text{Re}_{h_2} = \frac{\rho \bar{u}_2 (d_2 - d_S)}{\mu} \text{ — характерное число}$$

Рейнольдса, подсчитанное с использованием средней скорости  $\bar{u}_2$  в пространстве течения кольцевого зазора между осью  $Ox_S$  и стенкой  $r = R_2$ ;

$$\lambda_1 = 8 \frac{\tau_{w_1}}{\rho \bar{u}_1^2} \text{ — коэффициент сопротивления}$$

на стенке  $r = R_1$ ;  $\bar{u}_1$  — среднемассовая скорость в пространстве между осью  $Ox_S$  и стенкой  $r = R_1$ ;

$$\lambda_2 = 8 \frac{\tau_{w_2}}{\rho \bar{u}_2^2} \text{ — коэффициент сопротивления}$$

на стенке  $r = R_2$ ;  $\bar{u}_2$  — среднемассовая скорость в пространстве между осью  $Ox_S$  и стенкой  $r = R_2$ ;

$$A_+ = 26, C_+ = \frac{26}{60} \text{ — эмпирические коэффициенты}$$

для описания закона турбулентного трения в пристеночной зоне турбулентности;

$$\frac{\varepsilon_1}{d_1} \text{ и } \frac{\varepsilon_2}{d_2} \text{ — относительные шероховатости}$$

соответственно стенок  $r = R_1$  и  $r = R_2$ ;

$\eta = \frac{r}{R_2}$ ,  $\eta_1 = \frac{R_1}{R_2}$ ,  $\eta_S = \frac{R_S}{R_2}$  — безразмерные поперечные ординаты, указанные на рис. 1.

Согласно (4) и (5) при  $\eta = 1$  будет  $l_2 = 0$ , а при  $\eta = \eta_1$  —  $l_1 = 0$ .

Вместо продольного градиента давления  $\frac{dp}{dx}$ , одинакового для зон 1 и 2, из интегрального условия к уравнению (1) для зон 1 и 2 получим: для зоны 2

$$\frac{dp}{dx} \frac{1}{2} (R_2^2 - R_S^2) = -\tau_{w_2} R_2 = -\frac{\lambda_2}{8} \rho \bar{u}_2^2 R_2; \quad (6)$$

для зоны 1

$$\frac{dp}{dx} \frac{1}{2} (R_S^2 - R_1^2) = -\tau_{w_1} R_1 = -\frac{\lambda_1}{8} \rho \bar{u}_1^2 R_1, \quad (7)$$

где  $\tau_{w_1}$  и  $\tau_{w_2}$  — касательные напряжения трения на соответствующих стенках кольцевого зазора.

Среднемассовые скорости  $\bar{u}_1$  и  $\bar{u}_2$ , введенные вместо  $\frac{dp}{dx}$ , определяются соотношениями для потока массы

$$\rho \bar{u}_1 \left( \frac{\pi d_S^2}{4} - \frac{\pi d_1^2}{4} \right) = \int_{R_1}^{R_S} \rho v_{x_1} 2\pi r dr; \quad (8)$$

$$\rho \bar{u}_2 \left( \frac{\pi d_2^2}{4} - \frac{\pi d_S^2}{4} \right) = \int_{R_S}^{R_2} \rho v_{x_2} 2\pi r dr. \quad (9)$$

В дальнейшем для нормировки скоростей  $v_{x_1}$  и  $v_{x_2}$  будет использоваться среднемассовая скорость  $\bar{u}_2$  в виде

$$F_1(\eta) = \frac{v_{x_1}}{\bar{u}_2} \text{ и } F_2(\eta) = \frac{v_{x_2}}{\bar{u}_2}. \quad (10)$$

Безразмерное уравнение связи для  $\frac{\bar{u}_1}{\bar{u}_2}$  определяется через  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  из условий (6) и (7) в виде

$$\frac{\bar{u}_1}{\bar{u}_2} = \sqrt{\frac{\lambda_2 \eta_S^2 - \eta_1^2}{\lambda_1 (1 - \eta_S^2) \eta_1}}. \quad (11)$$

В соответствии с введенными выше обозначениями перепишем уравнение (1) отдельно для зон 2 и 1, разделенных линией постоянных масс  $\eta_S = \text{const}$ :

для зоны 2

$$-\frac{\lambda_2}{8} \operatorname{Re}_{h_2} \frac{1}{(1-\eta_S)^2(1+\eta_S)} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ \eta \left[ 1 - \frac{1}{2} \operatorname{Re}_{h_2} \bar{l}_2^2 (1-\eta_S) \frac{\partial F_2}{\partial \eta} \right] \frac{\partial F_2}{\partial \eta} \right\}; \quad (12)$$

для зоны 1

$$-\frac{\lambda_2}{8} \operatorname{Re}_{h_2} \frac{1}{(1-\eta_S)^2(1+\eta_S)} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ \eta \left[ 1 + \frac{1}{2} \operatorname{Re}_{h_2} \bar{l}_1^2 \frac{(\eta_S - \eta_1)^2}{1-\eta_S} \frac{\partial F_1}{\partial \eta} \right] \frac{\partial F_1}{\partial \eta} \right\}, \quad (13)$$

где левая часть является безразмерной формой продольного градиента давления  $\frac{dp}{dx}$  в соответствии с (6) и (7).

Граничные условия к уравнениям (12) и (13) формулируются следующим образом:

для зоны 2 ( $\eta_S \leq \eta \leq 1$ )

$$\text{при } \eta = 1 \rightarrow F_2(1) = 0 \quad (14)$$

— условие прилипания,

$$\text{при } \eta = \eta_S \rightarrow F_2'(\eta_S) = 0 \quad (15)$$

и интегральное условие (9) в виде

$$1 - \eta_S^2 = 2 \int_{\eta_S}^1 F_2(\eta) \eta d\eta; \quad (16)$$

для зоны 1 ( $\eta_1 \leq \eta \leq \eta_S$ )

$$\text{при } \eta = \eta_1 \rightarrow F_1(\eta_1) = 0 \quad (17)$$

— условие прилипания,

$$\text{при } \eta = \eta_S \rightarrow F_1'(\eta_S) = 0 \quad (18)$$

и интегральное условие (8) с учетом (11) в виде

$$\eta_S^2 - \eta_1^2 = \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{(1-\eta_S^2)\eta_1}{\eta_S^2 - \eta_1^2}} 2 \int_{\eta_1}^{\eta_S} F_1(\eta) \eta d\eta. \quad (19)$$

Таким образом, для каждого из дифференциальных уравнений второго порядка (12) или (13) существуют три условия — (14)–(16) или (17)–(19), два из которых определяют две по-

стоянные интегрирования, а третье (интегральное) позволяет найти соответственно  $\lambda_1$  или  $\lambda_2$  как собственные значения уравнений (12) и (13).

Координата  $\eta_S$  максимума продольной составляющей скорости находится из условия сопряжения решений в зонах 1 и 2 по скорости, то есть

$$F_1(\eta_S) = F_2(\eta_S). \quad (20)$$

Решение должно быть построено таким образом, чтобы на линии  $\eta_S$  автоматически выполнялось условие

$$\left( \frac{dF_1}{d\eta} \right)_{\eta=\eta_S} = \left( \frac{dF_2}{d\eta} \right)_{\eta=\eta_S} \equiv 0. \quad (21)$$

Первыми интегралами для уравнений (12) и (13) являются:  
для зоны 2

$$-\frac{\lambda_2}{8} \operatorname{Re}_{h_2} \frac{1}{(1-\eta_S)^2(1+\eta_S)} \frac{1}{2} (\eta^2 - \eta_S^2) = \eta \left[ 1 - \frac{1}{2} \operatorname{Re}_{h_2} \bar{l}_2^2 (1-\eta_S) \frac{\partial F_2}{\partial \eta} \right] \frac{\partial F_2}{\partial \eta}; \quad (22)$$

для зоны 1

$$-\frac{\lambda_2}{8} \operatorname{Re}_{h_2} \frac{1}{(1-\eta_S)^2(1+\eta_S)} \frac{1}{2} (\eta^2 - \eta_S^2) = \eta \left[ 1 + \frac{1}{2} \operatorname{Re}_{h_2} \bar{l}_1^2 \frac{(\eta_S - \eta_1)^2}{1-\eta_S} \frac{\partial F_1}{\partial \eta} \right] \frac{\partial F_1}{\partial \eta}, \quad (23)$$

где использовано очевидное условие

$$\frac{\partial F_1}{\partial \eta} = \frac{\partial F_2}{\partial \eta} = 0 \quad \text{при } \eta = \eta_S. \quad (24)$$

Безразмерная ордината  $\eta_S$  подлежит определению в ходе решения задачи.

Вблизи стенок  $r = R_2$  и  $r = R_1$  с учетом того, что  $\frac{v_{x_1}}{u_2} = F_1(\eta) \rightarrow 0$  при  $r \rightarrow R_1$  и  $\frac{v_{x_2}}{u_2} = F_2(\eta) \rightarrow 0$  при  $r \rightarrow R_2$  (условие прилипания), а также с учетом (12)–(13) и (22)–(23) для второй производной могут быть построены пристеночные разложения продольной составляющей скорости:

для зоны 2 при  $\eta \rightarrow 1$  ( $\eta_{02} \leq \eta \leq 1$ )

$$F_2(\eta) \rightarrow -\frac{\lambda_2}{8} \text{Re}_{h_2} \frac{1}{(1-\eta_S)^2(1+\eta_S)} \times \left[ \frac{1}{4}(1+\eta_S^2)\eta^2 - \eta_S^2\eta - \frac{1}{4}(1-3\eta_S^2) \right]; \quad (25)$$

для зоны 1 при  $\eta \rightarrow \eta_1$  ( $\eta_1 \leq \eta \leq \eta_{01}$ )

$$F_1(\eta) \rightarrow -\frac{\lambda_2}{8} \text{Re}_{h_2} \frac{1}{(1-\eta_S)^2(1+\eta_S)} \times \left[ \frac{1}{4} \frac{\eta_1^2 + \eta_S^2}{\eta_1^2} \eta^2 - \frac{\eta_S^2}{\eta_1} \eta - \frac{1}{4}(\eta_1^2 - 3\eta_S^2) \right]. \quad (26)$$

Эти разложения позволяют преодолевать особенность в решении уравнений (22) и (23) как квадратных относительно  $\frac{\partial F_1}{\partial \eta}$  и  $\frac{\partial F_2}{\partial \eta}$  при  $\eta \rightarrow \eta_1$  ( $l_1 \rightarrow 0$ ) и  $\eta \rightarrow 1$  ( $l_2 \rightarrow 0$ ):

для зоны 2 ( $\eta_S \leq \eta < \eta_{02}$ )

$$\left( \frac{dF_2}{d\eta} \right)^2 - \frac{2}{\text{Re}_{h_2} l_2^2 (1-\eta_S)} \frac{dF_2}{d\eta} - \frac{\lambda_2}{8} \times \frac{\eta^2 - \eta_S^2}{\eta} \frac{1}{(1-\eta_S)^3(1+\eta_S)} \frac{1}{l_2^2} = 0; \quad (27)$$

для зоны 1 ( $\eta_{01} < \eta \leq \eta_S$ )

$$\left( \frac{dF_1}{d\eta} \right)^2 + \frac{2(1-\eta_S)}{\text{Re}_{h_2} l_1^2 (\eta_S - \eta_1)^2} \frac{dF_1}{d\eta} - \frac{\lambda_2}{8} \times \frac{\eta_S^2 - \eta^2}{\eta} \frac{1}{(1-\eta_S^2)(\eta_S - \eta_1)^2} \frac{1}{l_1^2} = 0. \quad (28)$$

Значения  $\eta_{01}$  и  $\eta_{02}$  выбираются таким образом, чтобы не влиять на величины  $\left( \frac{dF_2}{d\eta} \right)_{\eta=1}$

и  $\left( \frac{dF_1}{d\eta} \right)_{\eta=\eta_1}$ . Функции  $F_2(\eta)$  и  $F_1(\eta)$  находятся в квадратурах при решении (27) и (28) с учетом (25) и (26), при этом характерное число Рейнольдса  $\text{Re}_{h_2} = \frac{\rho \bar{u}_2 (d_2 - d_S)}{\mu}$  связано с исходным (за-

данным) гидравлическим числом Рейнольдса

$$\text{Re}_h = \frac{\rho \bar{u} (d_2 - d_1)}{\mu} \text{ соотношением}$$

$$\text{Re}_{h_2} = \frac{\text{Re}_h}{\frac{1-\eta_1}{1-\eta_S} \left( \frac{1-\eta_S^2}{1-\eta_1^2} + \frac{\bar{u}_1}{\bar{u}_2} \frac{\eta_S^2 - \eta_1^2}{1-\eta_1^2} \right)}, \quad (29)$$

вытекающим из условия постоянства расхода через кольцевое сечение в виде

$$\bar{u}_1 \left( \frac{\pi d_S^2}{4} - \frac{\pi d_1^2}{4} \right) + \bar{u}_2 \left( \frac{\pi d_2^2}{4} - \frac{\pi d_S^2}{4} \right) = \bar{u} \left( \frac{\pi d_2^2}{4} - \frac{\pi d_1^2}{4} \right). \quad (30)$$

Таким образом, решение исходной задачи — нахождение коэффициентов сопротивления  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ , безразмерной поперечной координаты максимума скорости в кольцевом сечении трубы  $\eta_S = \frac{R_S}{R_2}$  и вспомогательного выражения для отношения  $\frac{\bar{u}_1}{\bar{u}_2}$  — свелось к необходимости решения следующей группы уравнений, вытекающих из (16), (19), (11) и (20):

$$\left( \eta_S^2 - \eta_1^2 \right) \frac{\bar{u}_1}{\bar{u}_2} = \frac{\text{Re}_h (1+\eta_1)(1-\eta_S) \lambda_2}{(1-\eta_S^2) + \frac{\bar{u}_1}{\bar{u}_2} (\eta_S^2 - \eta_1^2)} \times \frac{1}{8(1-\eta_S)^2(1+\eta_S)} 2 \int_{\eta_1}^{\eta_S} F_1(\eta) \eta d\eta; \quad (31)$$

$$(1-\eta_S^2) = \frac{\text{Re}_h (1+\eta_1)(1-\eta_S) \lambda_2}{(1-\eta_S^2) + \frac{\bar{u}_1}{\bar{u}_2} (\eta_S^2 - \eta_1^2)} \times \frac{1}{8(1-\eta_S)^2(1+\eta_S)} 2 \int_{\eta_S}^1 F_2(\eta) \eta d\eta; \quad (32)$$

$$\left( \frac{\bar{u}_1}{\bar{u}_2} \right)^2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \frac{(\eta_S^2 - \eta_1^2)}{(1-\eta_S^2)} \frac{1}{\eta_1}; \quad (33)$$

$$F_1(\eta_S) = F_2(\eta_S). \quad (34)$$

Обычно в практических приложениях вместо локальных коэффициентов сопротивления  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  требуется задать обобщенный коэффициент сопротивления для кольцевого зазора  $\lambda$ , определяемый через  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  соотношением

$$2\pi R_1 \tau_{w_1} + 2\pi R_2 \tau_{w_2} = 2\pi (R_2 + R_1) \tau_w, \quad (35)$$

где принято записывать  $\tau_w$  через обобщенный коэффициент сопротивления  $\lambda$  в форме Дарси:

$$\tau_w = \frac{\lambda}{8} \rho \bar{u}^2. \quad (36)$$

Согласно (35) получим

$$\lambda \left( Re_h, \eta_1, \frac{\varepsilon_1}{d_1}, \frac{\varepsilon_2}{d_2} \right) = \frac{\lambda_2 + \lambda_1 \eta_1 \left( \frac{\bar{u}_1}{\bar{u}_2} \right)^2}{(1 + \eta_1) \left( \frac{\bar{u}}{\bar{u}_2} \right)^2}, \quad (37)$$

где  $\left( \frac{\bar{u}}{\bar{u}_2} \right)^2$  находится из (30) в виде

$$\frac{\bar{u}}{\bar{u}_2} = \frac{1}{1 - \eta_1^2} \left[ 1 - \eta_1^2 + \frac{\bar{u}_1}{\bar{u}_2} (\eta_1^2 - \eta_2^2) \right]. \quad (38)$$

Некоторые результаты расчетов согласно формулам (31)–(34) и (37) приведены на рис. 2.

### Экспериментальная проверка теоретических решений

В качестве примера использован геометрический фактор  $\eta_1 = 0,76$ , соответствующий широко распространенной в практике бурения комбинации внутренней (лифтовая) трубы с теплоизоляцией и наружной трубы (эксплуатационная колонна).

Для простоты коэффициенты шероховатости приняты одинаковыми, но их значения варьировались в обширном диапазоне:

$$0,0001 \leq \frac{\varepsilon_1}{d_1} = \frac{\varepsilon_2}{d_2} \leq 0,01.$$

Рассмотрен большой диапазон характерных «гидравлических» чисел Рейнольдса:

$$4 \cdot 10^3 \leq Re_h \leq 8 \cdot 10^7.$$

На рис. 3 даны для сравнения результаты расчетов с соответствующими экспериментальными данными, приведенными в работе [2] для гладких поверхностей концентрических труб: поверхности сопряженных труб в кольцевом

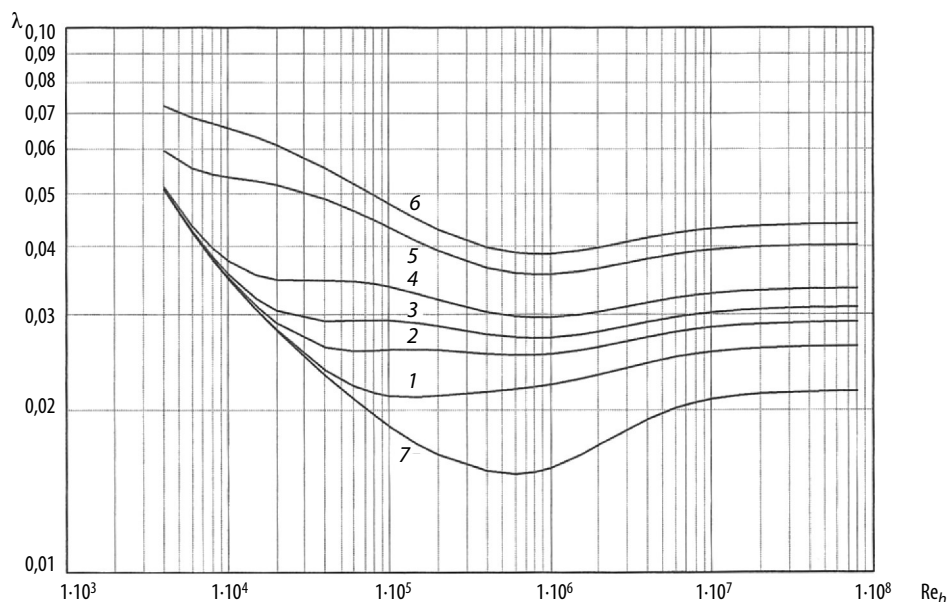


Рис. 2. Коэффициенты сопротивления для кольцевого зазора, образованного двумя соосными цилиндрическими трубами с диаметрами  $d_2 > d_1$ ,

при турбулентном режиме течения:  $\frac{d_1}{d_2} = \eta_1 = 0,76$ ;  $\frac{\varepsilon_1}{d_1} = \frac{\varepsilon_2}{d_2}$

(1 —  $\frac{\varepsilon}{d} = 0,0004$ ; 2 —  $\frac{\varepsilon}{d} = 0,0008$ ; 3 —  $\frac{\varepsilon}{d} = 0,0012$ ; 4 —  $\frac{\varepsilon}{d} = 0,002$ ;

5 —  $\frac{\varepsilon}{d} = 0,006$ ; 6 —  $\frac{\varepsilon}{d} = 0,01$ ; 7 —  $\frac{\varepsilon}{d} = 0,0001$ )

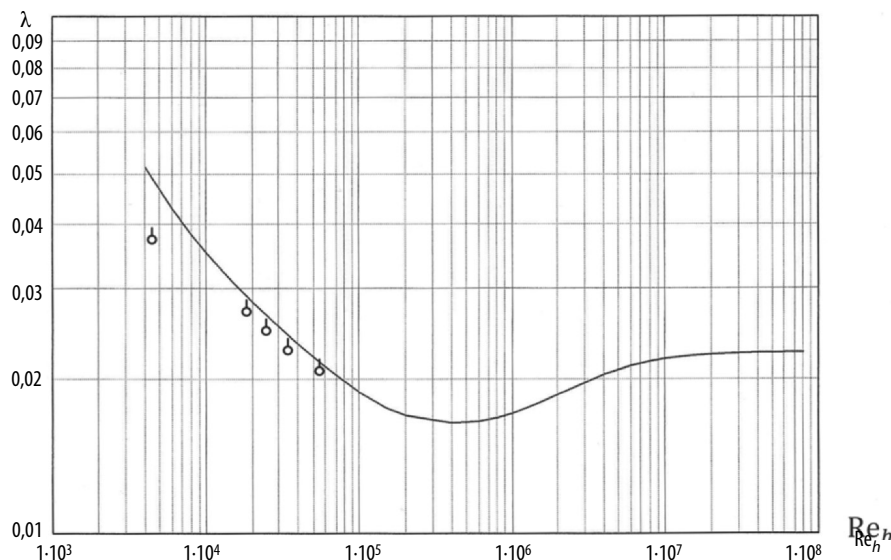


Рис. 3. Закон сопротивления кольцевого пространства, образованного двумя соосными цилиндрическими трубами  $d_1 = 40,95$  мм и  $d_2 = 50,23$  мм

$$\left( \eta_1 = \frac{d_1}{d_2} = 0,815 \right) \text{ при турбулентном движении воды; } \frac{\varepsilon_1}{d_1} = \frac{\varepsilon_2}{d_2} = 0,0001$$

(поверхности труб покрыты эпоксидной смолой);  
 ○ — зона экспериментальных результатов из [2]

зазоре были покрыты эпоксидной смолой, что и позволило получить гладкие поверхности с относительной шероховатостью  $\frac{\varepsilon}{d}$  порядка 0,0001 при  $d_1 = 40,95$  мм и  $d_2 = 50,23$  мм, т.е. при  $\eta_1 = 0,815$ . К сожалению, диапазон проведения экспериментов был ограничен областью изменения характерного гидравлического числа Рейнольдса  $Re_h = \frac{\rho \bar{u} (d_2 - d_1)}{\mu}$  порядка  $10^4 \leq Re_h \leq 5,4 \cdot 10^4$ . Отсутствовала возможность продвинуться в об-

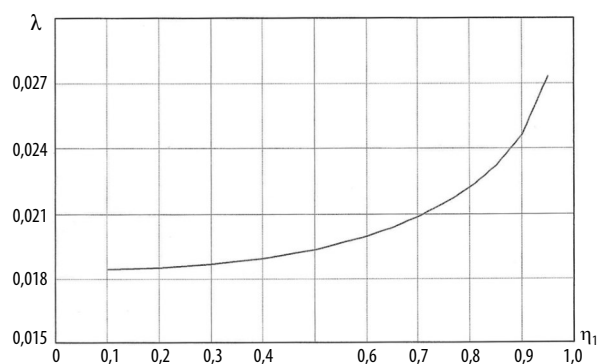


Рис. 4. Влияние геометрического размера  $\eta_1 = \frac{d_1}{d_2}$  на величину коэффициента сопротивления  $\lambda$  кольцевого зазора

ласть повышенных значений  $Re_h \sim 10^5 - 10^8$ , однако судя по полученному уверенному согласованию результатов расчетов по приведенным выше формулам с результатами экспериментов, возможно, и в этой области результаты экспериментов расположились бы вдоль кривой, приведенной на рис. 3.

На рис. 4 приведены результаты расчетов по оценке влияния геометрического фактора  $\eta_1$  на величину обобщенного коэффициента сопротивления  $\lambda$  кольцевого зазора: здесь использовано число Рейнольдса  $Re_h = 8 \cdot 10^7$  для гладких поверхностей в зазоре с  $\frac{\varepsilon_1}{d_1} = \frac{\varepsilon_2}{d_2} = 0,0001$  и  $0,1 \leq \eta_1 \leq 0,95$ . Рис. 4 демонстрирует необходимость учета геометрического фактора  $\eta_1 = \frac{d_1}{d_2}$  как при проведении экспериментальных исследований, так и при осуществлении инженерных расчетов.

### Основные выводы

Теоретически обоснован и экспериментально подтвержден вывод о существенном влиянии физико-механических свойств поверхностей соосных цилиндрических труб на турбулентный характер движения в них жидкостей.



Разработаны практические рекомендации по соотношению диаметров труб с учетом числа Рейнольдса жидкости.

Определено влияние геометрических размеров труб на величину коэффициента сопротивления кольцевого зазора.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Протодяконов И.О., Сыщиков Ю.В.** Турбулентность в процессах химической технологии. Ленинград: Наука, 1983.
2. **Минигазимов М.Г.** Экспериментальное исследование турбулентного движения жидкости в кольцевом пространстве // Нефтяное хозяйство. 1971. № 4. С. 24–27.
3. **Поспелов Л.П.** Гидравлика и основы гидропривода. Москва: Недра, 1989.
4. **Пустовойт Б.В.** Механика движения жидкости в трубах. Москва: Недра, 1971.
5. **Рабинович Е.З.** Гидравлика. Москва: Недра, 1980, 278 с.
6. **Башта Т.М., Руднев С.С., Некрасов Б.Б.** Гидравлика, гидромашин и гидроприводы. Москва: Машиностроение, 1982. 433 с.

### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**ГРИГУЛЕЦКИЙ Владимир Георгиевич** — доктор технических наук профессор Российского государственного университета нефти и газа (национальный исследовательский университет) имени И.М. Губкина 119991, Москва, Ленинский пр-т., д. 65. E-mail: com@gubkin.ru

**САВЕЛЬЕВ Юрий Петрович** — доктор технических наук профессор Балтийского государственного технического университета «Военмех» им. Д.Ф. Устинова 190005, Санкт-Петербург, ул. 1-я Красноармейская, д. 1. e-mail: acoms@bstu.spb.ru

### REFERENCES

1. **Protodyakonov I.O., Syshchikov Yu.V.** Turbulentnost v protsessakh khimicheskoy tekhnologii. Leningrad: Nauka, 1983. (rus.)
2. **Minigazimov M.G.** Eksperimentalnoye issledovaniye turbulentnogo dvizheniya zhidkosti v koltsevom prostanstve. *Neftyanoye khozyaystvo*. 1971. №4. S. 24–27. (rus.)
3. **Pospelov L.P.** Gidravlika i osnovy gidroprivoda. Moskva: Nedra, 1989. (rus.)
4. **Pustovoyt B.V.** Mekhanika dvizheniya zhidkosti v trubakh. Moskva: Nedra, 1971. (rus.)
5. **Rabinovich Ye.Z.** Gidravlika. Moskva: Nedra, 1980, 278 s. (rus.)
6. **Bashta T.M., Rudnev S.S., Nekrasov B.B.** Gidravlika, gidromashiny i gidroprivody. Moskva: Mashinostroyeniye, 1982. 433 s. (rus.)

### AUTHORS

**GRIGULECKII Vladimir G.** — Gubkin Russian State University of Oil and Gas (National Research University) Leninsky prospekt, 65, 119991, Moscow, Russian Federation. E-mail: com@gubkin.ru

**SAVEL'EV Yuriy P.** — Baltic State Technical University "Voennmeh" named after D.F. Ustinov. 1 1st Krasnoarmeyskaya St., St.Petersburg, 190005, Russia. E-mail: acoms@bstu.spb.ru

**Дата поступления статьи в редакцию: 10.04.2017.**