

DOI: 10.18721/JEST.240208
УДК 621.3.013.22

А.Г. Калимов, П.В. Налимов, С.В. Горбунова

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия

ОПТИМИЗАЦИЯ ФОРМЫ ПОЛЮСА В МУЛЬТИПОЛЬНЫХ МАГНИТАХ

В статье рассматривается эффективный метод оптимизации формы полюсов в мультипольных магнитах с ферромагнитным ярмом, цель которого – формирование заданного распределение индукции магнитного поля в рабочей области магнита. Основной идеей метода является представление характеристик магнитного поля в виде разложения в ряд Фурье и последующая компенсация нежелательных гармонических составляющих напряженности магнитного поля за счет деформации поверхности полюсного наконечника. Высокая скорость сходимости и устойчивость оптимизационной процедуры объясняется значительной корреляцией между амплитудами гармонических составляющих разложения магнитного поля в рабочей области и специфическими характеристиками формы поверхности полюса. Разработанная технология поиска оптимальной формы встроена в программу численного моделирования магнитных полей, использующую метод конечных элементов второго порядка и предназначенную для расчета характеристик магнитного поля в электромагнитных устройствах различного назначения.

Ключевые слова: магнитное поле, квадрупольный магнит, оптимизация, ускоритель заряженных частиц, метод Ньютона-Рафсона.

Ссылка при цитировании:

А.Г. Калимов, П.В. Налимов, С.В. Горбунова. Оптимизация формы полюса в мультипольных магнитах // Научно-технические ведомости СПбПУ. Естественные и инженерные науки. 2018. Т. 24. № 2. С. 94–103. DOI: 10.18721/JEST.240208.

A.G. Kalimov, P.V. Nalimov, S.V. Gorbunova

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

POLE SHAPE OPTIMIZATION IN MULTIPOLE MAGNETS

The paper has considered an efficient method of pole shape optimization in multipole magnets to provide the given distribution of the magnetic flux density. The main idea of the proposed method is based representing the field characteristics in the form of a Fourier series and consequent compensation of undesired magnetic field harmonics by proper deformation of the pole tip surface. Fast convergence and observed robustness of the optimization procedure is explained by a strong correlation between the coefficients of the Fourier expansions for the magnetic flux density in the central part of the magnet and specific parameters used to describe the pole tip shape. The developed algorithm is integrated into computer software for simulating the magnetic field using the finite element technology developed for computing different types of electromagnetic systems.

Keywords: magnetic field, quadrupole magnet, optimization, charged particle accelerator, Newton-Rafson method.

Citation:

A.G. Kalimov, P.V. Nalimov, S.V. Gorbunova, Pole shape optimization in multipole magnets, *St. Petersburg polytechnic university journal of engineering science and technology*, 24(02)(2018) 94–103, DOI: 10.18721/JEST.240208.

Введение

Магниты с мультипольной симметрией магнитного поля в межполюсном пространстве часто применяются в линиях для транспортировки пучков заряженных частиц. Существенными элементами таких линий являются фокусирующие магнитные линзы, состоящие обычно из двух или трех магнитов с квадрупольной осевой симметрией магнитного поля [1]. Магниты с более высокой степенью пространственной симметрии — секступольные, октупольные — используются обычно для коррекции нежелательных аббераций при прохождении пучком элементов ионно-оптической системы [2, 3]. Чтобы достичь наилучшего фокусирующего эффекта и избежать нежелательного искажения пучка, квадрупольные магниты должны создавать магнитное поле в межполюсном пространстве (апертуре) с величиной магнитной индукции пропорциональной радиусу точки наблюдения. Требования к качеству поля в апертуре зависят существенно от реального применения линз. Например, в ускорителях заряженных частиц, а также различного рода накопительных кольцах относительное отклонение магнитной индукции в «области хорошего поля», где проходит пучок, от идеальной зависимости обычно не должно превышать несколько сотых долей процента. Чтобы обеспечить требуемое качество поля, разработчик магнита должен найти с очень высокой точностью соответствующее расположение катушек и оптимальную форму конструкций ферромагнитного полюса магнита.

Основная **цель работы** — исследование нового эффективного метода оптимизации формы полюсов мультипольных магнитов для формирования высококачественного магнитного поля в его апертуре.

Процедура оптимизации формы полюса

Распределение характеристик магнитного поля в центральной части магнита принято описывать в виде разложения вектора индукции магнитного поля или ска-

лярного магнитного потенциала в ряд Фурье в полярной системе координат. Такое разложение допустимо как для центрального сечения магнита, так и для интегральных характеристик магнитного поля. Такой выбор представления обусловлен, в частности, особенностями анализа динамики пучка, принятыми в оптике заряженных частиц [1].

Рассмотрим особенности мультипольных магнитов на примере системы с квадрупольной симметрией. Центральная часть подобных магнитов не содержит элементов с протекающими по ним токами, поэтому для описания характеристик поля может быть использован скалярный магнитный потенциал. Представим зависимость этой величины от полярных координат в виде разложения в ряд Фурье [4]:

$$U(r, \theta) = U_1 \frac{r}{g} \cos(\theta) + U_2 \left(\frac{r}{g}\right)^2 \cos(2\theta) + \dots, \quad (1)$$

где g — радиус окружности, ограничивающей апертуру. Необходимо отметить, что приведенное разложение справедливо только для непрерывных функций с непрерывными производными. Поэтому анализируемая область не может захватывать части ферромагнитного полюса. Для систем с квадрупольной симметрией только коэффициенты $U_2, U_6, U_{10} \dots$ отличны от нуля. Для определения амплитуд соответствующих гармоник потенциала мы рассмотрим распределение характеристик магнитного поля вдоль окружности радиуса g , ограничивающей «область хорошего поля». Максимальное отклонение величины магнитной индукции от идеального распределения вдоль соответствующей границы всегда больше, чем подобное отклонение внутри апертуры; таким образом, значение этой величины может быть использовано в качестве критерия качества поля. В том случае, когда магнитный полюс очень широкий (в пределе бесконечно широкий), магнитная проницаемость материала ярма

достаточно большая, а влиянием катушек индуктирующих основное поле можно пренебречь, скалярный магнитный потенциал квадрупольного магнита на границе круглой апертуры описывается идеальной зависимостью

$$U(r, \theta) = U_2 (r / g)^2 \cos(2\theta) \quad (2)$$

при условии, что форма поверхности полюса соответствует квадратичной гиперболле, задаваемой в декартовой системе координат выражением [1]

$$xy = 2g. \quad (3)$$

В реальности, однако, идеальное распределение (2) поля квадрупольной системы нарушается из-за конечных размеров полюса, наличия катушек, нелинейных свойств стали и т. д. В результате действия этих факторов в спектре Фурье-разложения (1) скалярного магнитного потенциала появляются нежелательные высшие гармоники.

Основная задача разработчика мультиполюсного магнита – поиск такой формы полюсного наконечника, которая обеспечивает необходимое качество магнитного поля в апертуре. Как правило, на практике указанная цель достигается путем деформации узких боковых областей полюса, при этом его гиперболическая форма в целом сохраняется. Очевидно, что оптимизация всей поверхности полюсного наконечника дает возможность получить более высокое качество поля при сохранении и даже уменьшении общих габаритов магнита. Однако соответствующий поиск сводится к необходимости решения сложной задачи по оптимизации формы ферромагнитного объекта, обеспечивающей заданные характеристики магнитного поля [5–9].

В статье приводится перспективный подход к решению задачи определения формы полюса мультиполюсного магнита [3, 10]. Основная идея представленной оптимизационной стратегии заключается в подавлении высших гармоник магнитного поля за счет деформации формы полюса.

Первый, принципиально важный и неочевидный шаг оптимизационной процедуры – аппроксимация поверхности полюса линией, соответствующей требуемому разложению в ряд Фурье характеристик магнитного поля в апертуре. Для этой цели предлагается формировать линию равного магнитного потенциала, которая соответствует суперпозиции нескольких гармоник поля, включающих как основную, так и несколько высших компонент разложения. На этом этапе важно обоснованно выбрать максимальный номер учитываемой гармоники и, соответственно, количество слагаемых в сумме:

$$U(r, \theta) = \sum_{j=1}^J P_j (r / g)^j \cos(j\theta) = \text{const.} \quad (4)$$

Каждый из параметров P_j в этом разложении соответствует амплитуде одной из гармоник в мультиполюсном представлении поверхности полюса. Строго говоря, подобный выбор формы полюсного наконечника предполагает бесконечно большую величину магнитной проницаемости ферромагнитного материала. На практике невыполнение этого условия приводит в конечном итоге к появлению погрешности расчета потенциала в апертуре. Уменьшение погрешности производится путем применения итерационной процедуры коррекции формы полюса.

Для определения радиальных координат точек линии поверхности полюсного наконечника, соответствующего представлению (4), необходимо численно решить это нелинейное уравнение. Дополнительным ограничением на профиль полюса могут быть фиксированная ширина полюса или фиксированные декартовы координаты его крайних точек в зависимости от индивидуальных требований, предъявляемых к проектируемому магниту.

Примеры формы поверхности полюсного наконечника при различном гармоническом спектре его гармонических составляющих и различных условиях ограничения ширины полюса показаны на рис. 1, 2.

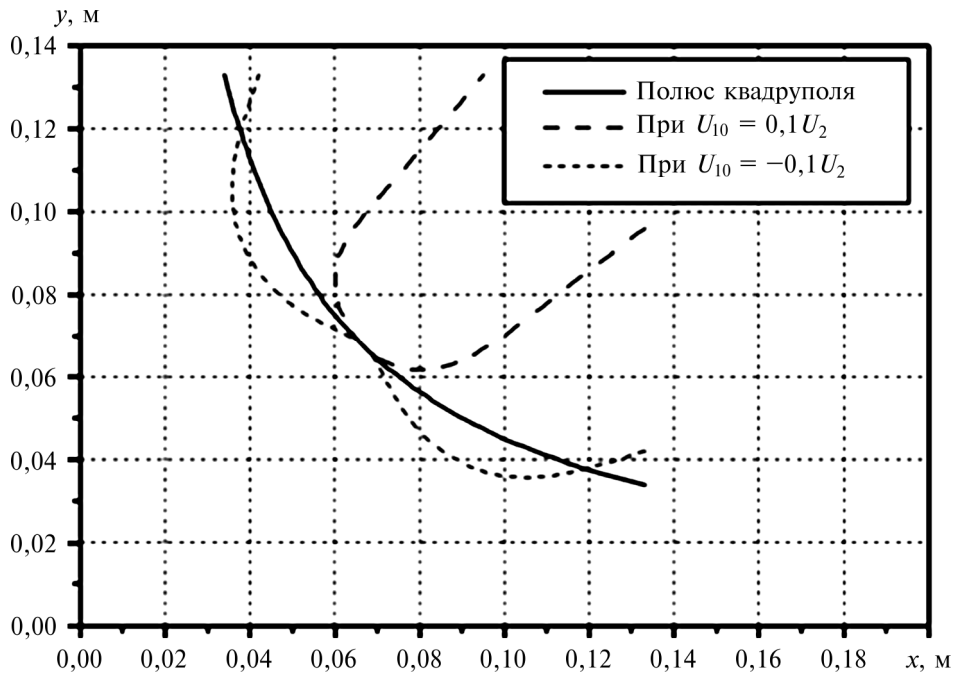


Рис. 1. Форма полюсного наконечника для разных вкладов 10-й гармоники (крайние координаты профиля полюса фиксированы)
Fig. 1. The shape the pole tip for the different contributions of the 10-th harmonic (extreme coordinates of the pole profile are fixed)

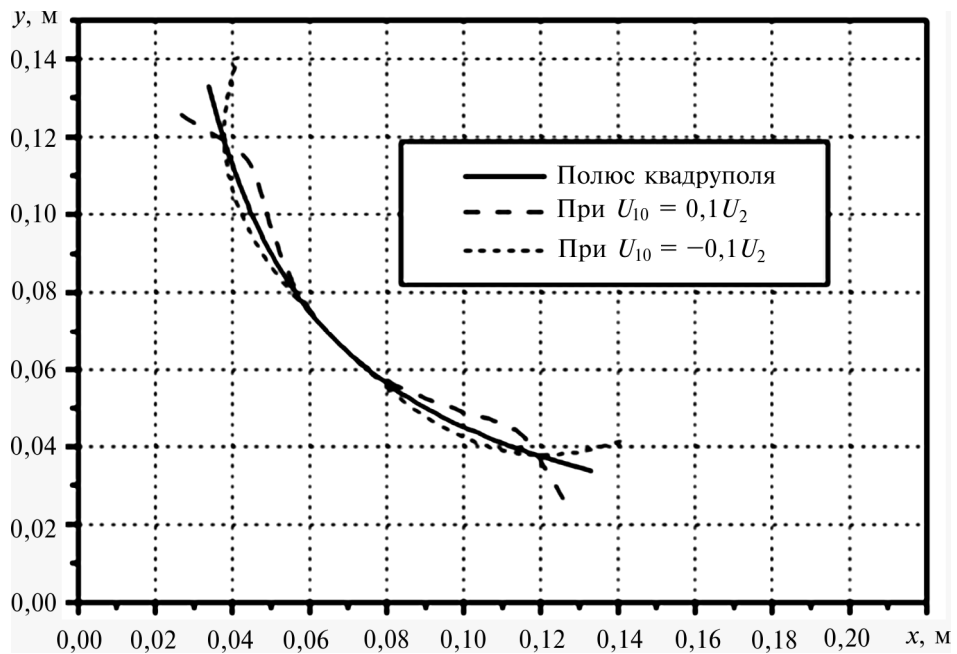


Рис. 2. Форма полюсного наконечника для разных вкладов 10-й гармоники (ширина полюса фиксирована)
Fig. 2. The shape of the pole tip for the different contributions of the 10-th harmonic (width of the pole is fixed)

Необходимо отметить, что требование сохранения постоянной ширины полюса сильно ограничивает возможный диапазон изменений гармонических составляющих. В то же время именно это ограничение обычно накладывается при разработке реальных мультиполюсных магнитов.

В качестве начального приближения при оптимизации формы поверхности полюсного наконечника естественным выбором представляется квадратичная гипербола. В силу отмеченных выше обстоятельств такой выбор приводит к появлению в апертуре магнита нежелательных высших гармонических составляющих индукции (скалярного потенциала) магнитного поля. В рамках предлагаемой оптимизационной стратегии для подавления этих гармоник производится деформация поверхности полюсного наконечника так, что в гармонический состав представления этой формы вводятся те же самые нежелательные высшие гармоники с обратным знаком. В первом приближении происходит компенсация нежелательных отклонений распределения магнитного поля от идеального вида. В силу ограниченности

ширины полюса такая компенсация не является полной, поэтому оптимизационная процедура приобретает итерационный характер с высокой скоростью сходимости.

Целевую функцию в рассматриваемой оптимизационной процедуре удобно представить в виде квадратичной суммы нежелательных амплитуд гармоник магнитного поля в апертуре, которые, очевидно, зависят от гармонического спектра формы поверхности полюсного наконечника $\{P_j\}$:

$$G(P_1, P_2, \dots, P_M) = \sum_{n=1}^N |(U_n(P_1, P_2, \dots, P_M) - F_n) / U_2|. \quad (5)$$

Такой выбор целевой функции дает возможность производить исключение нежелательных высших гармоник практически независимо. Это свойство параметров целевой функции продемонстрировано на рис. 3, на котором показана зависимость спектра компонент индукции магнитного поля от создавших их различных гармонических составляющих формы полюса.

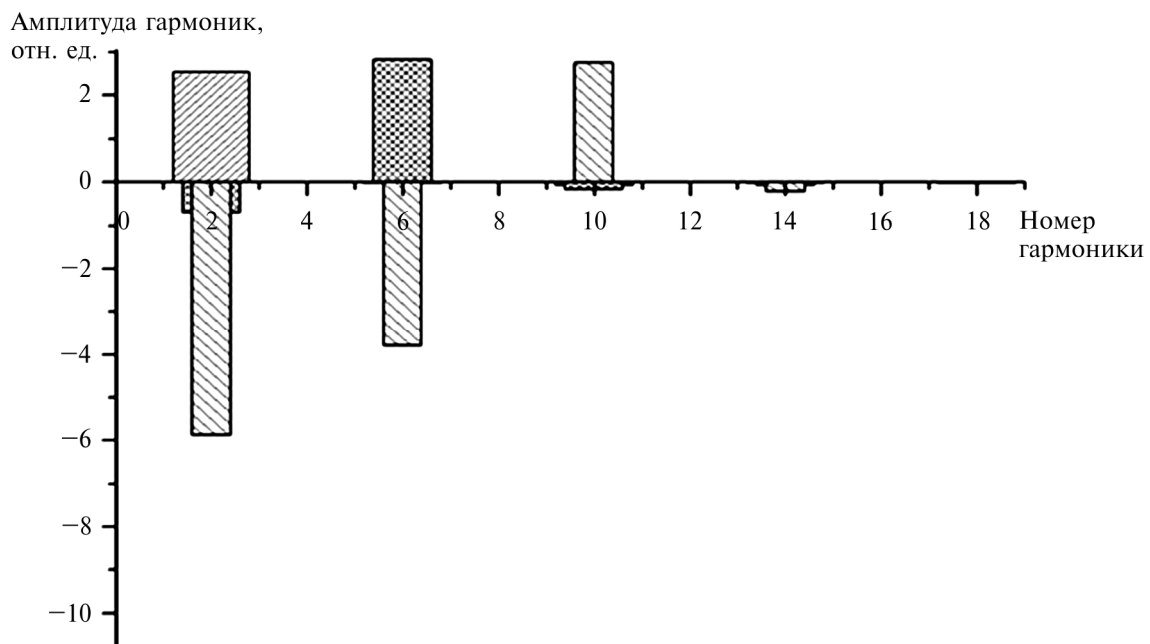


Рис. 3. Гармоники поля в апертуре, порожденные гармониками формы полюса (▨ – 6-я гармоника; ▩ – 10-я гармоника; ▧ – 14-я гармоника)

Fig. 3. Field harmonics in the aperture induced by the pole shape harmonics (▨ – 6 harmonic; ▩ – 10 harmonic; ▧ – 14 harmonic)



Мы видим, что более высокие спектральные компоненты формы полюса порождают, главным образом, гармоники поля того же и более низкого порядка. Таким образом, начиная с наивысшей гармоники формы поверхности полюса мы можем подавить последовательно все нежелательные искажения распределения магнитного поля в апертуре. Удовлетворительную сходимости и устойчивость демонстрирует метод градиентного спуска Ньютона – Рафсона [4] с адаптивным шагом, реализованный на практике для решения рассматриваемой проблемы. Важно отметить, что все производные, необходимые для формирования матрицы Якоби, рассчитываются численно на основе решения конечно-элементной задачи второго порядка для квадрупольного магнита с изменяемой формой полюса. Программа моделирования магнитного поля использует векторный магнитный потенциал в качестве базовой переменной и треугольную форму конечных элементов [11]. При расчетах используются реальные кривые намагничивания стали, используемой для изготовления магнита. Для формирования целевой функции вида (5) с разложением скалярного магнитного потенциала в ряд (1) сначала в программе моделирования магнитного поля вычисляется индукция, а затем используется известное соотношение между ее радиальной составляющей и скалярным потенциалом:

$$B_r(r, \theta) = \frac{n\mu_0}{r} U_m(r, \varphi). \quad (6)$$

Это преобразование необходимо в связи с тем, что моделирование магнитного поля изначально основано на расчете распределения векторного магнитного потенциала, а форма поверхности полюса определяется по координатным зависимостям скалярного потенциала $U_m(r, \varphi)$.

Основные результаты и их обсуждение

В качестве примера применения разработанного метода в работе приводятся результаты расчета магнитного поля в апертуре квадрупольного магнита с радиусом «области хорошего поля» $R = 90$ мм и диапазоном изменения максимальной индукции магнитного поля в апертуре

$B_{\max} = 0,1-1$ Т. Этот квадрупольный магнит будет установлен в фокусирующих элементах накопительного кольца CR [12], входящего в состав нового ускорительного комплекса FAIR (Facility for Antiproton and Ion Research), создаваемого в настоящее время в Дармштадте, Германия [13, 14]. В процессе проведения расчетов параметров этого магнита было выполнено исследование сходимости рассматриваемого здесь алгоритма оптимизационной процедуры.

В соответствии с требованиями ионно-оптических расчетов отклонение напряженности магнитного поля от идеальной квадрупольной зависимости внутри области «хорошего поля» не должно выходить за границы $\pm 4 \cdot 10^{-4}$ относительных единиц. Детальное изучение процедуры оптимизации показало, что скорость сходимости и конечное качество магнитного поля существенно зависят от числа оптимизируемых параметров. Наш опыт показал, что для достижения удовлетворительного распределения магнитного поля в апертуре достаточно минимизировать 3–4 амплитуды первых высших гармоник. Более высокие гармонические составляющие практически отсутствуют в спектре разложения характеристик магнитного поля в широком диапазоне изменения формы полюсного наконечника. Число итераций, необходимое для сходимости процедуры, как правило, не превышает 10. Типичные зависимости скорости сходимости от числа оптимизируемых параметров для рассматриваемого магнита показаны на рис. 4.

Как видно, наилучший результат достигается за 3–4 итерации, что свидетельствует о высокой скорости сходимости исследуемого алгоритма.

Стабилизация целевой функции (5) после нескольких итераций может быть объяснена важным свойством аппроксимирующих функций, сформулированным выше: существенной корреляцией между оптимизируемыми гармониками формы полюса и амплитудами Фурье-разложения характеристик магнитного поля в апертуре. Таким образом, асимптотическое значение целевой функции в основном определяется начальным вкладом гармоник поля с порядком, превышающим самый высокий оптимизируемый.

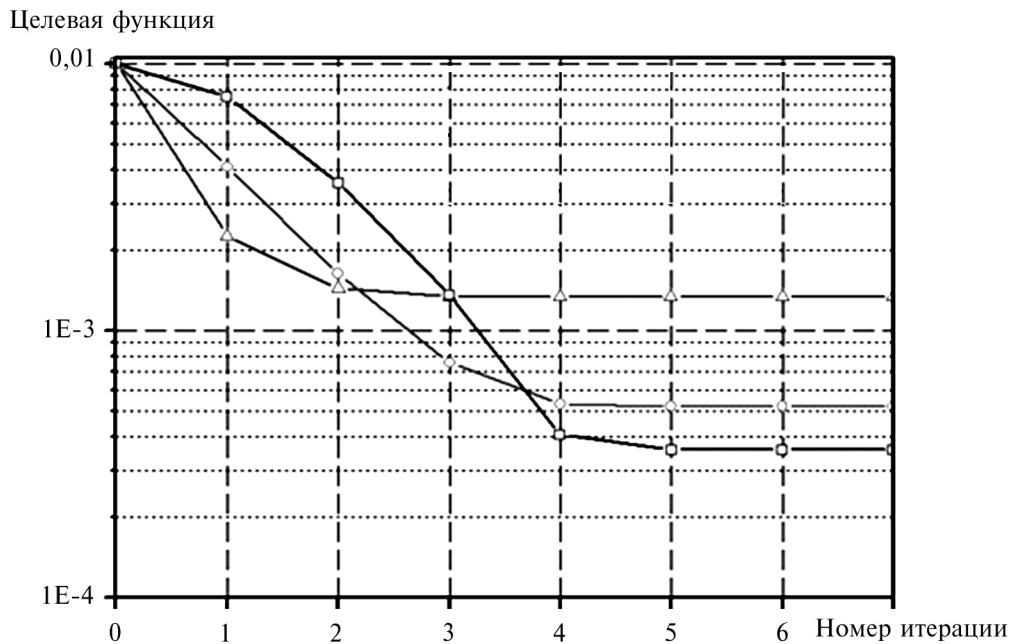


Рис. 4. Сходимость оптимизационного метода для различного числа оптимизируемых параметров (—△— 2 параметра; —○— 3 параметра; —□— 4 параметра)
 Fig. 4. Convergence of the optimization procedure for the different number of the optimized parameters (—△— 2 parameters; —○— 3 parameters; —□— 4 parameters)

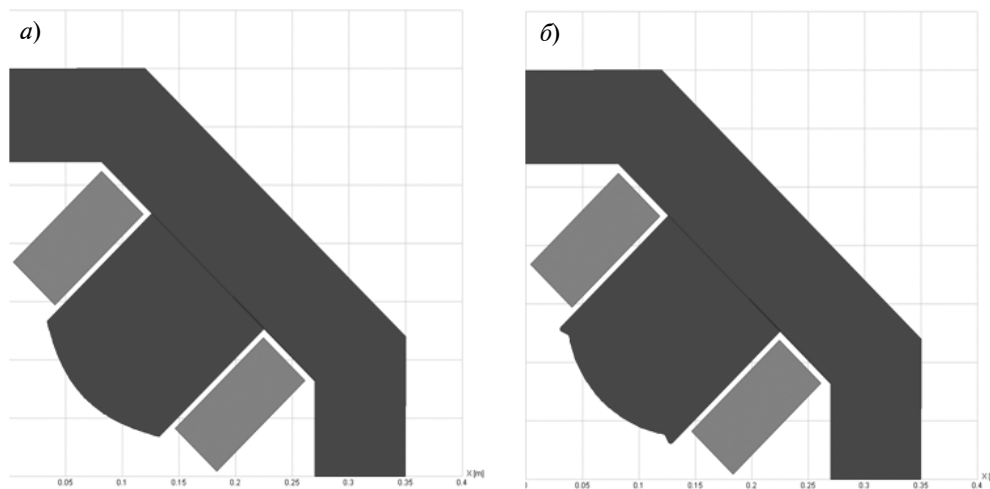


Рис. 5. Поперечное сечение квадрупольного магнита с гиперболическим (а) и оптимизированным (б) профилем полюса
 Fig. 5. Cross section of the quadrupole magnet with hyperbolic (a) and optimized (b) pole profile

Наилучшие результаты для формы полюсного наконечника были достигнуты для случая, когда число оптимизируемых параметров было равно 6. Достигнутое качество поля в этой ситуации соответствует максимальному отклонению поля в «области хорошего поля» менее $\pm 1,5 \cdot 10^{-4}$ относительных единиц, в то время как четыре оптимизируемых параметра позволяют

достичь максимального отклонения около $\pm 4 \cdot 10^{-4}$ относительных единиц. Результаты оптимизации полюса квадрупольного магнита продемонстрированы на рис. 5.

Свойства оптимизированного решения представлены на рис. 6, где показана величина отклонения магнитной индукции вдоль линии границы «области хорошего поля».

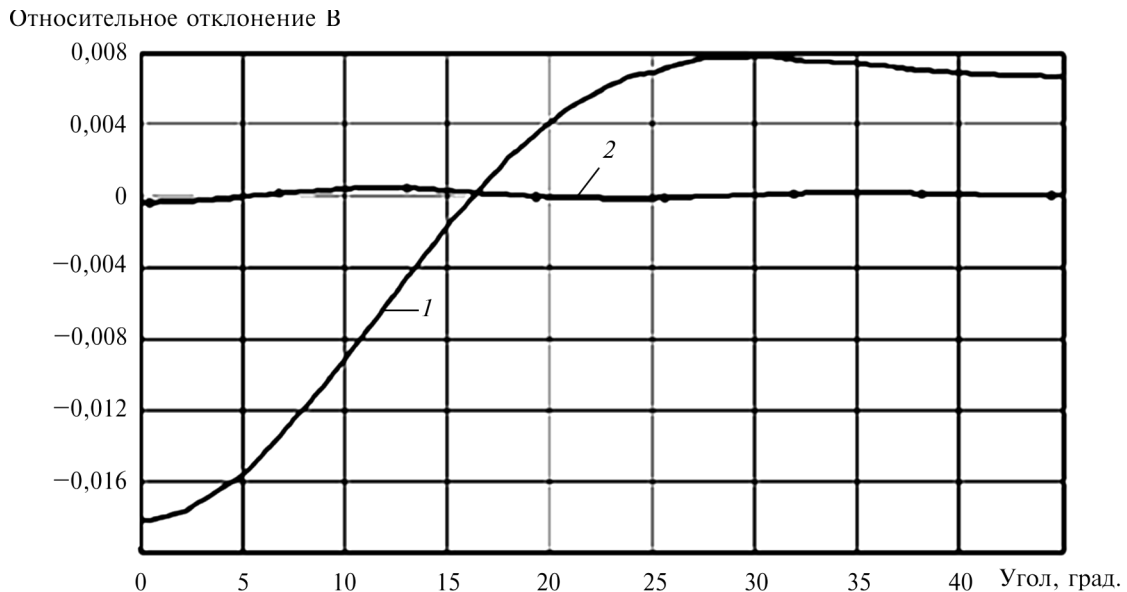


Рис. 6. Относительное отклонение магнитной индукции вдоль границы «области хорошего поля» для гиперболического (1) и оптимизированного (2) профилей полюса (отклонение индукции для оптимизированной формы полюса не превышает $\pm 4 \cdot 10^{-4}$ отн. единиц)
 Fig. 6. Field gradient along the circular border of the «good field area» for the hyperbolic (1) and optimized (2) pole profiles (the maximum flux density deviation for the optimized pole shape is less than $\pm 4 \cdot 10^{-4}$)

Заключение

В статье рассмотрен новый метод оптимизации формы полюсов мультиполюсных магнитов. Основной идеей оптимизационной процедуры является представление характеристик магнитного поля в апертуре магнита, а также формы поверхности полюсного наконечника в виде разложений в ряд Фурье. Существенная корреляция между соответствующими коэффициентами обеспечивает высокую устойчивость и быструю сходимость разработанных алгоритмов. Особенности предлагаемой процедуры выбора формы полюса исследованы на примере квадрупольного магнита, проектируемого для включения в состав фокусирующих линз накопительного кольца СР проекта FAIR. Показано, что для достижения оптимальной формы полюсного наконечника достаточно

выполнить 3–4 итерации, включающие преобразование его конфигурации. В процессе преобразований отклонение характеристик магнитного поля от требуемого распределения магнитного поля уменьшается в 50 раз: с исходного уровня 1,8 до 0,04 %. Разработанный метод оптимизации формы полюсов мультиполюсных магнитов реализован в виде программного блока и встроен в программный комплекс Multimag [15]. Эта компьютерная программа предназначена для моделирования электрических и магнитных полей в устройствах оптики заряженных частиц. Выполненная модернизация этого комплекса позволила добиться значительного сокращения усилий разработчиков мультиполюсных магнитов при разработке и проектировании фокусирующих элементов ионно-оптических систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вольник Г. Оптика заряженных частиц. СПб, Энергоатомиздат, 1992. 280 с.
2. Kalimov A., Leibrock H., Muehle C., Nalimov P. Optimization of the Sextupole Magnets With Trim Coils for the Collector Ring of the FAIR Project // IEEE Trans. on Magnetics. 2015. Vol. 51. No 3. # 8000904.
3. Mariotto S., Marinozzi V., Rysti J., Sorbi M., Statera M. Study of a Sextupole Round Coil Superferric Magnet // IEEE Trans. on applied superconductivity. 2018. Vol. 28. Issue 3, #4003305.
4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984. 832 с.

5. **Коровкин Н.В., Потиеенко А.А., Чечурин В.Л.** Обратные задачи в электротехнике и их численное решение. СПб.: Нестор, 2003, 155 с.

6. **Доронин М.В., Грешняков Г.В., Коровкин Н.В.** Магнитные Экраны Специальной Конструкции // Научно-технические ведомости СПбПУ. Естественные и инженерные науки. 2017. Т. 23. № 1. С. 124–133. DOI: 10.18721/JEST.230112

7. **Стадник И.П., Чабанов В.В.** Оптимизация геометрических параметров электродвигателя с постоянными магнитами // Технічна електродинаміка. 2015. № 2. С. 57–63.

8. **Амосков В.М., Белов А.В., Белякова Т.Ф., Кухтин В.П., Кучинский В.Г., Ламзин Е.А., Сычевский С.Е., Тарасовский В.** Моделирование и оптимизация магнитных систем электродвигателей // Электричество. 2010. № 4. С. 21–32.

9. **Бахвалов Ю.А., Горбатенко Н.И., Гречихин В.В., Юфанова А.Л.** Проектирование оптимальных электромагнитов систем магнитной левитации и боковой стабилизации наземного транспорта на основе решения обратных задач // Электротехника. 2017. № 1. С. 43–47.

10. **Kalimov A., Leibrock H., Muehle C., Nalimov P.** Optimization of the radiation resistant

quadrupole magnets for the SIS100 accelerator of the FAIR project // IEEE Trans. on applied superconductivity. 2018. Vol. 28. No 3, # 10.1109/TASC.2018.2795534.

11. **Зенкевич О.** Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 542 с.

12. **Dolinskii A., Berkaev D., Blell U., Dimopoulou C., Gorda O., Leibrock H., Litvinov S., Laier U.** Collector ring project at FAIR // Physica Scripta, The Royal Swedish Academy of Sciences. 2015. Vol. 26. # T166.

13. **Kester O., Spiller P., Stoecker H.** FAIR project at GSI. In book: Challenges and Goals for Accelerators in the XXI Century // World Scientific Publishing. Singapore, 2016. 856 p.

14. **Fischer E., Schnizer P., Mierau A., Sugita K., Meier J., Bleile A., Мьллер Н., Leibrock H., Macavei J.** Status of the Superconducting Magnets for FAIR // IEEE Trans. on applied superconductivity. 2014. Vol. 24. No 3. # 4004007.

15. **Chernosvitov A., Kalimov A., Wollnik H.** Design of an Iron Dominated Quadrupole Magnet with a High Pole-Tip Flux Density // IEEE Trans. on applied superconductivity, 2002. Vol. 12. No 1. P. 1430–1433.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

КАЛИМОВ Александр Гелиевич – доктор технических наук профессор Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого

E-mail: alexanderkalimov@gmail.com

НАЛИМОВ Павел Владимирович – аспирант Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого

E-mail: pavel_nalimov@mail.ru

ГОРБУНОВА Светлана Владимировна – студентка Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого

E-mail: emergency@bk.ru

Дата поступления статьи в редакцию: 06.04.2018

REFERENCES

[1] **Volnik G.**, Optika zaryazhennykh chastits. SPb.: Energoatomizdat, 1992. 280 s. (rus.)

[2] **Kalimov A., Leibrock H., Muehle C., Nalimov P.**, Optimization of the Sextupole Magnets With Trim Coils for the Collector Ring of the FAIR Project, *IEEE Trans. on Magnetics*. 2015. Vol. 51. No 3. # 8000904.

[3] **Mariotto S., Marinozzi V., Rysti J., Sorbi M., Statera M.**, Study of a Sextupole Round Coil Superferric Magnet», *IEEE Trans. on applied superconductivity*. 2018. Vol. 28, Issue 3. #4003305.

[4] **Korn G., Korn T.**, Spravochnik po matematike dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov. M.: Nauka, 1984, 832 s. (rus.)

[5] **Korovkin N.V., Potiyenko A.A., Chechurin V.L.**, Obratnyye zadachi v elektrotekhnike i ikh chislennoye resheniye. SPb.: Nestor, 2003, 155 s. (rus.)

[6] **Doronin M.V., Greshnyakov G.V., Korovkin N.V.**, Magnetic shields special design, *St. Petersburg polytechnic university journal of engineering science and technology*, 23(01)(2017) 124–133. DOI: 10.18721/JEST.230112. (rus.)

[7] **Stadnik I.P., Chabanov V.V.**, Optimizatsiya geometricheskikh parametrov elektrodvigatelya s postoyannymi magnitami, *Tekhnichna yelektrodinamika*. 2015. № 2. S. 57–63.

[8] **Amoskov V.M., Belov A.V., Belyakova T.F., Kukhtin V.P., Kuchinskiy V.G., Lamzin Ye.A.,**



Sychevskiy S.Ye., Tarasovskiy V., Modelirovaniye i optimizatsiya magnitnykh sistem elektrodvigatelye, *Elektrichestvo*. 2010. № 4. S. 21–32. (rus.)

[9] **Bakhvalov Yu.A., Gorbatenko N.I., Grechikhin V.V., Yufanova A.L.**, Proyektirovaniya optimalnykh elektromagnitov sistem magnitnoy levitatsii i bokovoy stabilizatsii nazemnogo transporta na osnove resheniya obratnykh zadach, *Elektrotehnika*. 2017. № 1. S. 43–47. (rus.)

[10] **Kalimov A., Leibrock H., Muehle C., Nalimov P.**, Optimization of the radiation resistant quadrupole magnets for the SIS100 accelerator of the FAIR project, *IEEE Trans. on applied superconductivity*. 2018. Vol. 28. No 3. # 10.1109/TASC. 2018.2795534.

[11] **Zenkevich O.**, Metod konechnykh elementov v tekhnike. M.: Mir, 1975. 542 s. (rus.)

[12] **Dolinskii A., Berkaev D., Blell U., Dimopoulou C., Gorda O., Leibrock H., Litvinov S.,**

Laier U., Collector ring project at FAIR, *Physica Scripta, The Royal Swedish Academy of Sciences*. 2015. Vol. 26. # T166.

[13] **Kester O., Spiller P., Stoecker H.**, FAIR project at GSI. In book: Challenges and Goals for Accelerators in the XXI Century, *World Scientific Publishing. Singapore*. 2016. 856 p.

[14] **Fischer E., Schnizer P., Mierau A., Sugita K., Meier J., Bleile A., Moller H., Leibrock H., Macavei J.** Status of the Superconducting Magnets for FAIR, *IEEE Trans. on applied superconductivity*. 2014, Vol. 24. No 3. # 4004007.

[15] **Chernosvitov A., Kalimov A., Wollnik H.**, Design of an Iron Dominated Quadrupole Magnet with a High Pole-Tip Flux Density, *IEEE Trans. on applied superconductivity*. 2002. Vol. 12. No 1. P. 1430–1433.

THE AUTHORS

KALIMOV Aleksandr G. – *Peter the Great St. Petersburg polytechnic university*

E-mail: alexanderkalimov@gmail.com

NALIMOV Pavel V. – *Peter the Great St. Petersburg polytechnic university*

E-mail: pavel_nalimov@mail.ru

GORBUNOVA Svetlana V. – *Peter the Great St. Petersburg polytechnic university*

E-mail: emergency@bk.ru

Received: 06.04.2018