DOI: 10.18721/JEST.25308 УДК 621.874, 69.07

А.В. Наумов, К.П. Манжула

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия

РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕСТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ КОРОБЧАТЫХ БАЛОК С КРИВОЛИНЕЙНЫМИ СТЕНКАМИ

В работе проведено расчетно-экспериментальное исследование местной устойчивости элементов коробчатой балки с криволинейными стенками. Расчетом в среде Ansys показано, что критические напряжения местной устойчивости криволинейных стенок в коробчатых балках выше, чем прямых стенок. С увеличением кривизны стенок значение критических напряжений местной устойчивости растет нелинейно. По результатам численного эксперимента с варьированием геометрических параметров балки получены расчетные зависимости для оценки критических напряжений местной устойчивости. Для экспериментальной проверки полученных зависимостей разработана установка, позволяющая определять усилия, деформации и напряжения в местах потери местной устойчивости коробчатых балок. Сравнительным экспериментом и расчетом балок с криволинейными и прямыми стенками показано, что криволинейные стенки в коробчатых балках имеют более высокую, в 2,5–4 раза, устойчивость по критическим напряжениям, чем прямые стенки

Ключевые слова: коробчатая балка, криволинейные стенки, местная устойчивость, критические напряжения, МКЭ, эксперимент.

Ссылка при цитировании:

Наумов А.В., Манжула К.П. Расчетно-экспериментальное исследование местной устойчивости коробчатых балок с криволинейными стенками // Научно-технические ведомости СПбПУ. Естественные и инженерные науки. 2019. Т. 25, № 3. С. 108–119. DOI: 10.18721/JEST.25308

A.V. Naumov, K.P. Manzhula

Peter the Great St. Petersburg polytechnic university, St. Petersburg, Russia

EXPERIMENTAL STUDY OF LOCAL BUCKLING OF BOX-SHAPED BEAMS WITH NON-LINEAR WALLS

Experimental analysis of buckling stress for box-shaped beams with non-linear walls was performed. Calculations in Ansys showed that the critical stresses of local buckling of beams with non-linear walls are higher than in beams with standard walls. The value of critical stresses of local buckling grows nonlinearly with increasing wall curvature. Dependences are obtained for estimating the critical stresses of local buckling based on the results of a numerical experiment with varying geometric parameters of the beam. For experimental verification of the obtained dependences, a test facility was developed. It allows determining the forces, deformations, and stresses in area where the local buckling of box-shaped beams is lost. A comparative experiment and calculation of beams with linear and non-linear walls showed that non-linear walls in box-shaped beams have a higher (by 2.5–4 times) critical stress value than standard linear walls.

Keywords: box-shaped beam, non-linear walls, local buckling, critical stress value, FEM, experimental analysis.

Citation:

A.V. Naumov, K.P. Manzhula, Experimental study of local buckling of box-shaped beams with non-linear walls, St. Petersburg Polytechnic University Journal of Engineering Science and Technology, St. Petersburg polytechnic university journal of engineering science and technology, 25 (03) (2019) 108–119. DOI: 10.18721/JEST.25308

Машиностроение

Введение. Несущими элементами конструкций транспортно-технологических машин, строительных сооружений, мостов являются балочные изделия, изготовленные прокатом или при помощи сварки. В типовых конструкциях невысокой нагруженности используют фасонный прокат, в более нагруженных и сложных конструкциях используют многоэлементные сварные балки. В таких балках помимо удовлетворения обязательным критериям прочности и жесткости должна обеспечиваться местная устойчивость поясов и стенок. Потеря местной устойчивости этих элементов приводит к потере локальной или общей несущей способности, или к аварийным ситуациям (рис. 1). Для повышения местной устойчивости стенки и пояса балок укрепляют продольными и поперечными ребрами жесткости, диафрагмами, расчет, конструирование и производство которых увеличивает трудозатраты, себестоимость изготовления и массу.

Одним из решений вышеуказанной проблемы являлся переход в 80-е годы XX столетия к гофробалкам (SIN-балкам) [1, 2] — балкам с гофрированными стенками, изготавливаемыми прокатом. Такие стенки особенно эффективны в двутавровых балках, а также в качестве стенок железнодорожных вагонов, транспортных контейнеров, мостов. Коробчатые балки наиболее распространены в машиностроительных конструкциях, так как обладают повышенной жесткостью в горизонтальной плоскости и могут изготавливаться сваркой требуемой формы из листового проката.

Попытки увеличить местную устойчивость стенок приданием им кривизны известны (рис. 2, а) [3, 4], однако распространения не получили, из-за отсутствия расчетного обоснования обеспечения местной устойчивости и назначения требуемых геометрических параметров [5]. Из литературных источников авторам известен только один стандарт LLOYD, содержащий рекомендации по расчету местной устойчивости радиусных стенок.

Цели работы – оценка критических напряжений местной устойчивости путем расчетноэкспериментального анализа, обоснование целесообразности использования криволинейных стенок в балках коробчатого сечения, а также определение и экспериментальное подтверждение расчетных зависимостей для оценки критических напряжений местной устойчивости.



Puc. 1. Потеря местной устойчивости элементов подъемно-транспортных машин и мостов Fig. 1. Loss of local stability of elements of carrying and lifting machines and bridges



Рис. 2. Существующие патенты балок – a); коробчатая балка с криволинейными стенками – б) Fig. 2. Existing patents of beams – a); box beam with non-linear walls – б)

Численное моделирование

Стенки коробчатых балок подвергаются различному нагружению. При подвижной нагрузке на балке ее стенки в сжатой зоне могут нагружаться только сжатием, сжатием с изгибом, только сдвигом или одновременно сдвигом и сжатием. Также различными могут быть условия опирания стенок по контуру – от шарнирного опирания до заделки. При аналитическом исследовании рассматривается или шарнирное опирание стенки или ее заделка, однако в реальных конструкциях имеет место промежуточный вариант с конечной жесткостью. Многообразие влияющих факторов заставляет исследовать устойчивость криволинейных стенок непосредственно в составе балок при вариации геометрических параметров и различном нагружении.

В работе эффективность применения криволинейных стенок, изогнутых по радиусу, по сравнению с прямыми стенками в коробчатых балках исследовалась численно в среде конечно-элементного моделирования Ansys. Рассмотрены три варианта радиуса кривизны стенки R = 2000 мм, 4000 мм и ∞ . Радиус кривизны $R = \infty$ соответствует прямой стенке. Рассматривалась балка длиной 1 м, нагруженная сжимающей нагрузкой по свободным торцам. Формы потери устойчивости стенок показаны на рис. 3,а. Результаты исследований влияния кривизны стенки на критические напряжения σ_{cr} местной устойчивости приведены на рис. 3, б. Видно, что балка с кривизной стенки радиусом 2000 мм имеет устойчивость по напряжениям в 2,5 раза большую по сравнению с балкой с прямыми стенками.

В работе [6] показано, что при радиусе кривизны $\mathbf{R} = 1500$ мм и толщине стенки $t_w = 6$ мм ее устойчивость при сжатии в составе балки по критическим напряжениям σ_{cr} возрастает в 4 раза по сравнению с аналогичной, но прямой стенкой.

Была проведена серия расчетов балки длиной 15 м, загруженной в середине панели, длиной a = 3 м, сосредоточенной силой (рис.4, в). Форма потери местной устойчивости прямой стенки при изгибе показана на рис. 4,а. При наличии кривизны стенки форма потери устойчивости сохраняется, но область потери устойчивости локализуется ближе к сжатой зоне стенки (рис. 4, б)



а) R=2000мм
Б) R=∞
R
Рис. 3. Формы потери устойчивости стенки при сжатии – а); зависимость критических напряжений

2000

3000

4000

5000

6000

7000

8000



of wall stability loss on the curvature -6)



Рис. 4. Формы потери устойчивости: прямой стенки -a), стенки изогнутой по радиусу -b) схема балки -b), Fig. 4. Forms of stability loss: a straight wall -a), a wall curved along the radius -b) a beam scheme -b),

Расчеты с варьированием относительного радиуса в диапазоне a/R = 0.2-1.8, соответствующего фактическому изменению радиуса кривизны R = 1800-15000 мм, показали рост критического напряжения σ_{cr} с ростом a/R почти в 3 раза. На рис. 5 точками показаны рассчитанные варианты и нелинейная зависимость $\sigma_{cr} = f(a/R)$ Проведенный анализ показывает, что кривизна стенки в несколько раз увеличивает значение критического напряжения потери местной устойчивости. Однако для практического конструирования и применения балок с криволинейными стенками необходимо располагать зависимостями влияния конструктивных параметров балок на критические напряжения



Рис. 5. Зависимость $\sigma_{cr} = f(a/R)$ при d = 1536 мм, $t_b = 18$ мм, $t_w = 6$ мм, b = 1000 мм Fig. 5. Dependence $\sigma_{cr} = f(a/R)$ where d = 1536 mm, $t_b = 18$ mm, $t_w = 6$ mm, b = 1000 mm

потери устойчивости. Общий вид такой зависимости, получаемой в результате обработки численного эксперимента, имеет вид

$$\sigma_{cr} = \frac{a_0 \cdot K_{S0} \cdot \left(\frac{t_b}{d}\right)^{a_1} \cdot \left(\frac{t_w}{d}\right)^{a_2}}{\left(\frac{R}{d}\right)^{a_3} \cdot \left(\frac{a}{d}\right)^{a_4} \cdot \left(\frac{b}{d}\right)^{a_5}},$$
 (1)

где d — высота; tb — толщина пояса; tw — толщина стенки; b — ширина пояса; R — радиус кривизны; K_{50} — коэфициент, имеющий размерность МПа [7] и согласно решению, полученному методами теории упругости для пластины [8, 9], у которой a > d, вычисляют как

$$K_{S0} = \frac{\pi^2 E}{3(1-\mu^2)} \approx 760000 \text{ M}\Pi \text{a.}$$

В работе [10] получены значения показателей степени $a_0, ..., a_5$ для балок с радиусными стенками при изгибе.

Было проведено численное моделирование исследуемых балок, работающих при нормальных и касательных напряжениях. Для балок с радиусными стенками ставился многофакторный эксперимент с варьированием всех геометрических параметров [11]. Диапазон варьирования параметров составил: d = 1000, 1600, 2000 мм, b = 400, 600, 800 мм, $t_b = 10$, 16, 20, 24 мм, $t_w = 6$, 10, 12, 16 мм, R = 2000, 4000, 8000 мм, a/2 = 500, 1000, 2000 мм. По результатам моделирования с учетом методики, изложенной в работе [10], получена расчетная зависимость для оценки критических напряжений в вид:

$$\sigma_{cr} = \frac{2,635 \cdot K_{S0} \cdot \left(\frac{t_w}{d}\right)^{2,965} \cdot \left(\frac{a}{d}\right)^{0,194}}{\left(\frac{t_b}{d}\right)^{1,654} \cdot \left(\frac{R}{d}\right)^{0,398} \cdot \left(\frac{b}{d}\right)^{0,01}}.$$
 (2)

Экспериментальное исследование

С целью проверки корректности численных исследований и полученных расчетных зависимостей проведено экспериментальное исследование местной устойчивости коробчатых балок. В качестве предмета исследования выбраны консольные балки (рис. 6, б): балка



Рис. 6. Геометрические параметры коробчатой балки с криволинейными стенками (*d* = 200 мм; *tb* = 2 мм; *tw* = 1 мм; *b* = 75 мм пояса; *R* = 500 мм) – а), итоговая модель экспериментальной балки – б)

Fig. 6. Geometric parameters of a box-shaped beam with non-linear walls (d = 200 MM; tb = 2 MM; tw = 1 MM; b = 75 MM пояса; R = 500 MM) – a), model of a beam for the experiment – б)

с прямыми стенками и балка с радиусными стенками. Ограничениями по масштабу моделей и схеме нагружения являлись возможности экспериментального оборудования и предотвращение их разрушения до момента потери местной устойчивости. На рис. 6, а представлена геометрия исследуемой балки с радиусными стенками и принятыми размерами, схема нагружения и закрепления. Балка с прямыми стенками имела такие же размеры, схему нагружения и закрепления.

Балки изготавливались полуавтоматом в среде углекислого газа. Процесс сборки и сварки предусматривал прихватку стенок к поясам и последующую сварку с целью уменьшения деформаций. Однако избежать температурных деформаций стенок и появления бухтин совсем не удалось. Для чистоты эксперимента стенки обеих балок образмеривались, по полученным замерам строились трехмерные модели реальных балок и повторялись расчеты местной устойчивости в ANSYS Workbench.

Экспериментальная установка представляла балку (рис. 7), прикрепленную винтами к стойке. В работах [12, 13] для экспериментального исследования местной устойчивости балок были использованы механические тензометры. Их закрепление требует дополнительного оборудования, а снятие показаний с каждого тензометра происходит раздельно, что затрудняет оценку фиксации нагрузки в ходе эксперимента. В настоящей работе использовались тензорезисторы, что обусловило простоту их крепления на балку и возможность отображения показателей в виде графиков на одном экране в реальном времени. В сжатой зоне на балку приклеивались четыре тензорезистора с базой 10 мм, по 2 датчика на обе стенки балки. Компенсирующие датчики показаны на рис. 7, г. Измерения показаний тензорезисто-DOB производились крейтом LTR-EU-2 (рис. 7, д) и передавались с помощью стандартного двадцатипятипинового разъема на компьютер (рис. 7, е). Данная модель крейта позволяет передавать показание с четырех установленных на балку датчиков одновременно. Для обработки полученных данных использовалась программа LGraph2.



Рис. 7. Экспериментальная установка Fig. 7. Facility for the experiment

Нагрузка с разгрузкой показала, что датчики приклеены и работают исправно. Нагрузка на балку создавалась ручным гидравлическим домкратом, то есть ступенчато. В коротких промежутках между шагами нагрузки усилие домкрата уменьшалось на 10-20 Н. Данная особенность негативного влияния на эксперимент не оказала, так как потеря местной устойчивости произошла в период увеличения нагрузки. Балка потеряла устойчивость в правой стенке ближе к свободному концу (рис. 8, а). Форма потери устойчивости соответствует потере местной устойчивости под действием касательных и нормальных напряжений. Такая же форма потери местной устойчивости была получена в ANSYS Workbench (рис. 8, б). Потеря местной устойчивости произошла мгновенно, с характерным звуком деформации металла.

Этот результат запечатлен на одну из видеокамер (рис. 7, к).

Эксперимент на балке с криволинейными стенками проводился по той же схеме. В данном случае потеря устойчивости произошла без характерного звука деформации металла. Местную устойчивость потеряла левая стенка ближе к месту крепления фланца (рис. 8, в). Характер и направление волн совпадает с результатами моделирования.

В эксперименте балка с прямыми стенками потеряла устойчивость (рис. 9) при нагрузке — 19,1 кН и соответствующем этой нагрузке максимальном напряжении — 230 МПа. После разгрузки левый тензорезистор 1 и правый тензорезистор 2 пришли в исходное положение, а в левом тензорезисторе 2, правом тензорезисторе 1 образовались остаточные деформации.



Рис. 8. Формы потери местной устойчивости балок: а) с прямыми стенками (экспериментальная модель), б) с прямыми стенками (расчет Ansys), в) с криволинейными стенками (экспериментальная модель), г) с криволинейными стенками (расчет Ansys)

Fig. 8. Forms of beams local stability loss: a) with straight walls (experimental model), δ) with straight walls (Ansys calculation), B) with non-linear walls (experimental model), Γ) with curvilinear walls (Ansys calculation)



Рис. 9. Напряжения в стенках балки с прямыми стенками Fig. 9. Strains in the walls of the beam with straight walls



Научно-технические ведомости СПбПУ. Естественные и инженерные науки. Том 25, №3, 2019



По зависимости ISO 20332:2016 для балки с прямыми стенками потеря устойчивости должна была произойти при напряжениях

$$\sqrt{4(k_{\tau}K_{SO}(t_w/d)^2)^2 + (k_SK_{SO}(t_w/d)^2)^2} = \sqrt{4\left(1,38.760000\left(\frac{1}{200}\right)^2\right)^2 + \left(8,08.760000\left(\frac{1}{200}\right)^2\right)^2} = 162 \text{ M}\Pi \text{a.}}$$

Согласно численному расчету МКЭ потеря устойчивости должна была произойти при нагрузке в 19,8 кН, что соответствует критическим напряжениям 300 МПа.

В ходе эксперимента на балке с криволинейными стенками тензорезистор 1 перестал жестко фиксироваться на стенке, что видно из полученного графика (рис. 10). Балка потеряла устойчивость при следующем параметрах нагружения (рис. 10): нагрузка – 30,2 кH, максимальное напряжение – 560 МПа.

По полученной расчетной зависимости (2) для балки с криволинейными стенками потеря

местной устойчивости должна произойти при значении критических напряжений

$$\sigma_{cr} = \frac{2.635 \cdot K_{S0} \cdot \left(\frac{t_w}{d}\right)^{2.965} \cdot \left(\frac{a}{d}\right)^{0.194}}{\left(\frac{t_b}{d}\right)^{1.654} \cdot \left(\frac{R}{d}\right)^{0.398} \cdot \left(\frac{b}{d}\right)^{0.01}} =$$
$$= \frac{2.635 \cdot 760000 \cdot \left(\frac{1}{200}\right)^{2.965} \cdot \left(\frac{500}{200}\right)^{0.194}}{\left(\frac{2}{200}\right)^{1.654} \cdot \left(\frac{500}{200}\right)^{0.398} \cdot \left(\frac{75}{200}\right)^{0.01}} = 513 \text{ MIIa.}$$

Согласно расчету МКЭ потеря устойчивости должна произойти при нагрузке в 32,2 кН, что соответствует критическим напряжениям 550 МПа.

Обсуждение результатов

Численное моделирование балок коробчатого сечения с прямыми и криволинейными стенками показывает, что придание стенкам кривизны по радиусу повышает их местную устойчивость в 2,5–4 раза. Результаты экспериментального исследования коробчатых балок с прямыми и изогнутыми по радиусу стенками так же подтверждают этот вывод.

Источник данных		Коробчатая балка с прямыми стенками		Коробчатая балка с криволинейными стенками	
		Критические напряжения, МПа	Нагрузка, кН	Критические напряжения, МПа	Нагрузка, кН
Экспериментальное исследование		230	19,1	560	30,2
Метод конечных элементов		300	19,8	550	32,2
Расчет по зависимостям	ISO 20332	162	-	—	-
	(2)	_	_	513	_

Сравнение нагрузок и напряжений в эксперименте и расчете

Comparison of loads and stresses in the experiment and calculation

Итоговые результаты данного исследования приведены в сводной таблице.

Наблюдается хорошее соответствие результатов расчетов и эксперимента, особенно в балке с криволинейными стенками. Расхождение напряжений, полученных в эксперименте, расчетом МКЭ и по зависимости ISO 20332:2016 в балке с прямыми стенками, по-видимому, является следствием не точного отражения в расчетах сварочных деформаций стенок.

Кроме этого, результаты экспериментальных исследований подтверждают корректность расчетных зависимостей, полученных в работе [10].

Заключение

Сравнительные расчетные и экспериментальные исследования коробчатых балок с прямыми и криволинейными стенками доказывают, что балки с криволинейными стенками имеют в разы более высокие характеристики местной устойчивости. Это обосновывает эффективность их применения в конструкциях различных машин и сооружений. Численное моделирование балок коробчатого сечения с прямыми и криволинейными стенками показывает, ЧТО придание стенкам кривизны по радиусу повышает их местную устойчивость в 2,5-4 раза. Полученные зависимости для оценки критических напряжений местной устойчивости криволинейных стенок позволяют проектировать такие коробчатые балки с учетом влияния их геометрических параметров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Web Buckling Study of the Behaviour and Strength of Perforated Steel Beams with different Novel Web Opening Shapes, Konstantinos-Daniel Tsavdaridis, Cedric D'Mello, School of Engineering and Mathematical Sciences, City University London, 2011.

[2] Заборова Д.Д., Дунаевская Ю.П. Преимущества и особенности применения гофро-балки в строительстве // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2014 Вып. 7 (22). С. 37–42.

[3] **Aust R.** Als Kastentrager ausgebildeter Krantrager. Patent EP 0293789 A1 Germany. 10.10.2001.

[4] **Watson G.** Method for reinforcement beams. Patent. 1989834 USA. 5.02.1935.

[5] Наумов А.В. Ездовые балки с криволинейными стенками // Наземные транспортно-технологические комплексы и средства: матер. Междунар. науч.-технич. конф. / под общ. ред. Ш.М. Мерданова. Тюмень: ТИУ, 2016. С. 195–200.

[6] Манжула К.П., Наумов А.В. О местной устойчивости балок с прямолинейными и криволинейными стенками/ Интерстроймех–2018: сб. докл. XXI Междунар. науч.-технич. конф. (г. Москва, 8–12 октября 2018 г.). М.: Изд-во МИСИ–МГСУ, 2018. С. 115–122. URL: http://mgsu.ru/resources/izdatelskayadeyatelnost/izdaniya/izdaniya-otkrdostupa

[7] Манжула К.П., Наумов А.В. Влияние кривизны стенок коробчатых балок на местную устойчивость. Современное машиностроение: Наука и образование. СПб.: Изд-во Политехн. уни-та, 2016. С. 824–830. [8] Соколов С.А. Металлические конструкции подъемно-транспортных машин. СПб.: Политехника, 2005. 423 с.

[9] **Тимошенко С.П.** Устойчивость упругих систем. М.; Л.: ОГИЗ-Гостехиздат, 1946. 532 с.

[10] **Manzhula K.P., Naumov A.V.** Influence of flections' radius value to local buckling of box-shaped beams with non-linear walls // International Review of Mechanical Engineering (I.RE.M.E.). 2017. Vol. 11, no. 5.

[11] Сидняев Н.И. Теория планирования эксперимента и анализ статистических данных. М.: Юрайт, 2014. [12] Cellular buckling from mode interaction in Ibeams under uniform bending, M. Ahmer Wadee, and Leroy Gardner, Department of Civil & Environmental Engineering, Imperial College London, London SW7 2AZ, UK, 2012.

[13] Web Buckling Study of the Behaviour and Strength of Perforated Steel Beams with different Novel Web Opening Shapes, Konstantinos-Daniel Tsavdaridis, Cedric D'Mello, School of Engineering and Mathematical Sciences, City University London, 2011.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

НАУМОВ Александр Владимирович – аспирант Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого

E-mail: skisk8fmx@gmail.com

МАНЖУЛА Константин Павлович — доктор технических наук заведующий кафедрой Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

E-mail: conpaman@gmail.com

Статья поступила в редакцию: 04.07.2019

REFERENCES

[1] Web Buckling Study of the Behaviour and Strength of Perforated Steel Beams with different Novel Web Opening Shapes, Konstantinos-Daniel Tsavdaridis, Cedric D'Mello, School of Engineering and Mathematical Sciences, City University London, 2011

[2] **D.D. Zaborova, Yu.P. Dunayevskaya,** Preimushchestva i osobennosti primeneniya gofro-balki v stroitelstve, Stroitelstvo unikalnykh zdaniy i sooruzheniy, 7 (22) 2014 37–42.

[3] **R. Aust,** Als Kastentrager ausgebildeter Krantrager. Patent EP 0293789 A1 Germany. 10.10.2001

[4] **G. Watson**, Method for reinforcement beams. Patent. 1989834 USA. 5.02.1935.

[5] **A.V. Naumov,** Yezdovyye balki s krivolineynymi stenkami, Nazemnyye transportno-tekhnologicheskiye kompleksy i sredstva: materialy Mezhdunar. nauch.tekhnich. konf. Pod obsh. red. Sh.M. Merdanova. Tyumen: TIU, (2016) 195–200.

[6] **K.P. Manzhula, A.V. Naumov,** O mestnoy ustoychivosti balok s pryamolineynymi i krivolineynymi stenkami/ Interstroymekh–2018: sb. Dokl. XXI Mezhdunar. nauch.-tekhnich. Konf. (g. Moskva, 8–12 oktyabrya 2018 g.). M.: Izd-vo MISI–MGSU, (2018)

115–122. URL: http://mgsu.ru/resources/izdatelskayadeyatelnost/izdaniya/izdaniya-otkrdostupa

[7] **K.P. Manzhula, A.V. Naumov,** Vliyaniye krivizny stenok korobchatykh balok na mestnuyu ustoychivost. Sovremennoye mashinostroyeniye: Nauka i obrazovaniye. SPb.: Izd. Politekhn. uni-ta, (2016) 824–830.

[8] **Sokolov S.A.** Metallicheskiye konstruktsii podyemno-transportnykh mashin. SPb.: Politekhnika, 2005.

[9] **S.P. Timoshenko,** Ustoychivost uprugikh system. M.; L.: OGIZ-Gostekhizdat, 1946.

[10] **K.P. Manzhula, A.V. Naumov,** Influence of flections' radius value to local buckling of box-shaped beams with non-linear walls, International Review of Mechanical Engineering (I.RE.M.E.), 11 (5) (2017).

[11] **N.I.** Sidnyayev, Teoriya planirovaniya eksperimenta i analiz statisticheskikh dannykh. M.: Yurayt, 2014.

[12] Cellular buckling from mode interaction in Ibeams under uniform bending, M. Ahmer Wadee, and Leroy Gardner, Department of Civil & Environmental Engineering, Imperial College London, London SW7 2AZ, UK, 2012. [13] Web Buckling Study of the Behaviour and Strength of Perforated Steel Beams with different Novel Web Opening Shapes, Konstantinos-Daniel Tsavdaridis, Cedric D'Mello, School of Engineering and Mathematical Sciences, City University London, 2011.

THE AUTHORS

NAUMOV Aleksandr V. – Peter the Great St. Petersburg polytechnic university E-mail: skisk8fmx@gmail.com MANZHULA Konstantin P. – Peter the Great St. Petersburg polytechnic university E-mail: conpaman@gmail.com

Received: 04.07.2019